

# Τάσεις στο έδαφος

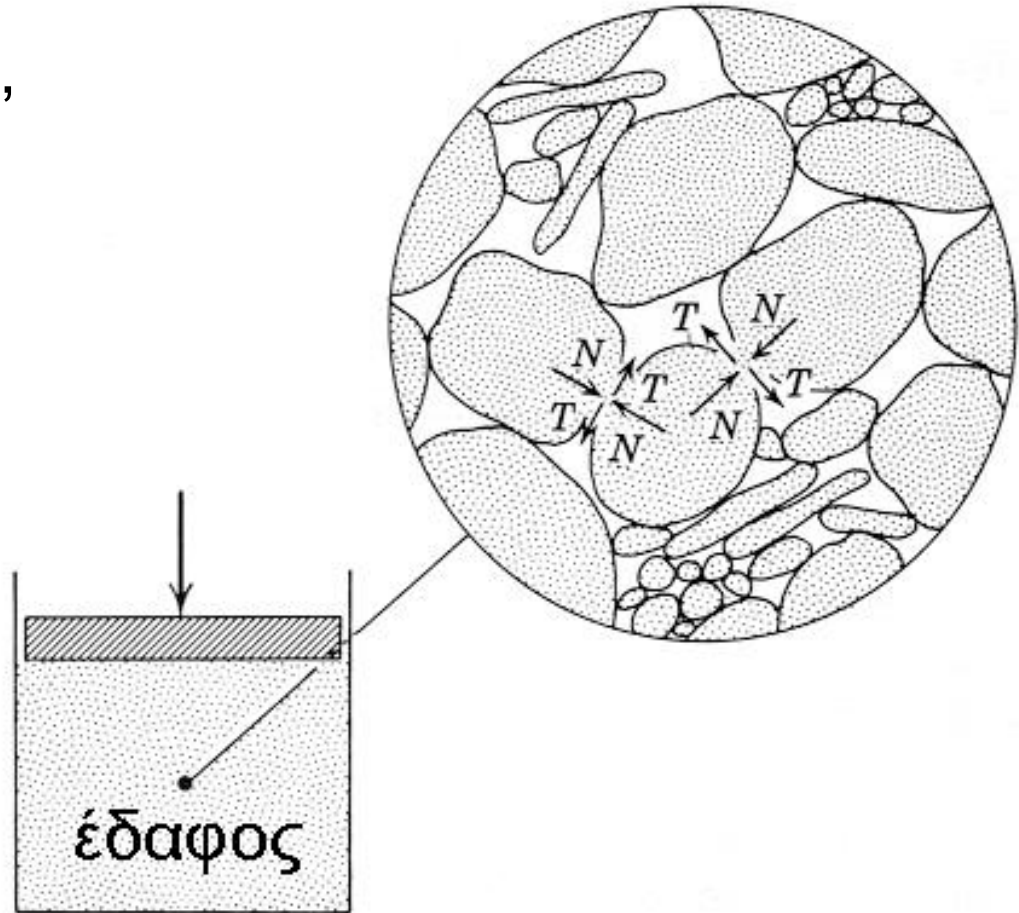
- Από τη μικρο-συμπεριφορά\* (τι συμβαίνει στα σημεία επαφής μεταξύ κόκκων) στη μακρο-συμπεριφορά (παραμορφώσεις και τάσεις ή, ισοδύναμα, μηχανικά χαρακτηριστικά του εδάφους): ποιοτικά
- Η ενεργός τάση (αυτό που νιώθει ο εδαφικός σκελετός): το κλειδί για την ποσοτική μελέτη της συμπεριφοράς του εδάφους
- Γεωστατικές τάσεις: τάσεις από ίδια βάρη
- Σε επόμενα: τάσεις από εξωτερικώς επιβαλλόμενα φορτία

\* Συμπεριφορά στη μικροκλίμακα

# Ε: Πώς αναλαμβάνει φορτία το έδαφος;

Α: Μέσω των δυνάμεων (N: ορθές, T: διατμητικές) που εξασκούνται στα σημεία επαφής μεταξύ των σωματιδίων\* του

\* χάριν απλότητας, συμφωνήσαμε να λέμε κόκκους όλα τα εδαφικά σωματίδια



# Τι έχουμε μάθει ως τώρα;

- Είπαμε ότι θέλουμε το έδαφος να είναι πυκνό (γι' αυτό και σε κάποιες εφαρμογές το συμπυκνώνω), αφού είναι αναμενόμενο σε μια πρώτη προσέγγιση οι μηχανικές ιδιότητες του εδάφους να εξαρτώνται από το πόσο πυκνή είναι η διάταξη των κόκκων
- Στα [βίντεο](#) με τον καθηγητή Burland, είδαμε την επίδραση της κατανομής του μεγέθους των κόκκων (επηρεάζει την πυκνότητα) και του σχήματός τους στο πόσο καθιζάνει ένα σωματιδιακό υλικό που αναπαριστά το έδαφος



Καθίζηση: 22mm



Καθίζηση: 17mm



Καθίζηση: 12mm

# Τι εννοώ με «μηχανικές ιδιότητες»;

- Συνοπτικά: η αντίσταση του εδάφους σε παραμόρφωση (stiffness = στιβαρότητα, δυσκαμψία, δυστμησία), π.χ. καθίζηση, και η αντοχή του
- Τα παραπάνω μεγέθη είναι διαφορετικά
  - Η στιβαρότητα του εδάφους με ενδιαφέρει σε φορτία λειτουργίας
  - Η αντοχή είναι το οριακό φορτίο (από το οποίο θέλω να είμαι μακριά)
- Επίσης, τα παραπάνω μεγέθη δεν είναι απαραίτητο να συνδέονται:
  - χάλυβας: μεγάλη στιβαρότητα, μεγάλη αντοχή
  - κιμωλία – καουτσούκ: σχετικά μεγάλη στιβαρότητα, μικρή αντοχή – σχετικά μικρή στιβαρότητα, μεγάλη αντοχή

# Ζουμάρω στους κόκκους

- Η στιβαρότητα και η αντοχή του εδάφους εξαρτώνται από το πώς αλληλεπιδρούν οι κόκκοι
- ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΚΟΚΚΩΝ
- (1) Ελαστική παραμόρφωση στα σημεία επαφής των εδαφικών κόκκων
- (2) Παραμόρφωση από κάμψη των αργιλικών πλακιδίων
- (3) Συνθλιβή (τοπική) κόκκων στα σημεία επαφής μεταξύ κόκκων
- (4) Θραύση κόκκων
- ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗ ΚΟΚΚΩΝ = ιδιομορφία σωματιδιακών υλικών!!
- (5) Ολίσθηση και κύλιση κόκκων

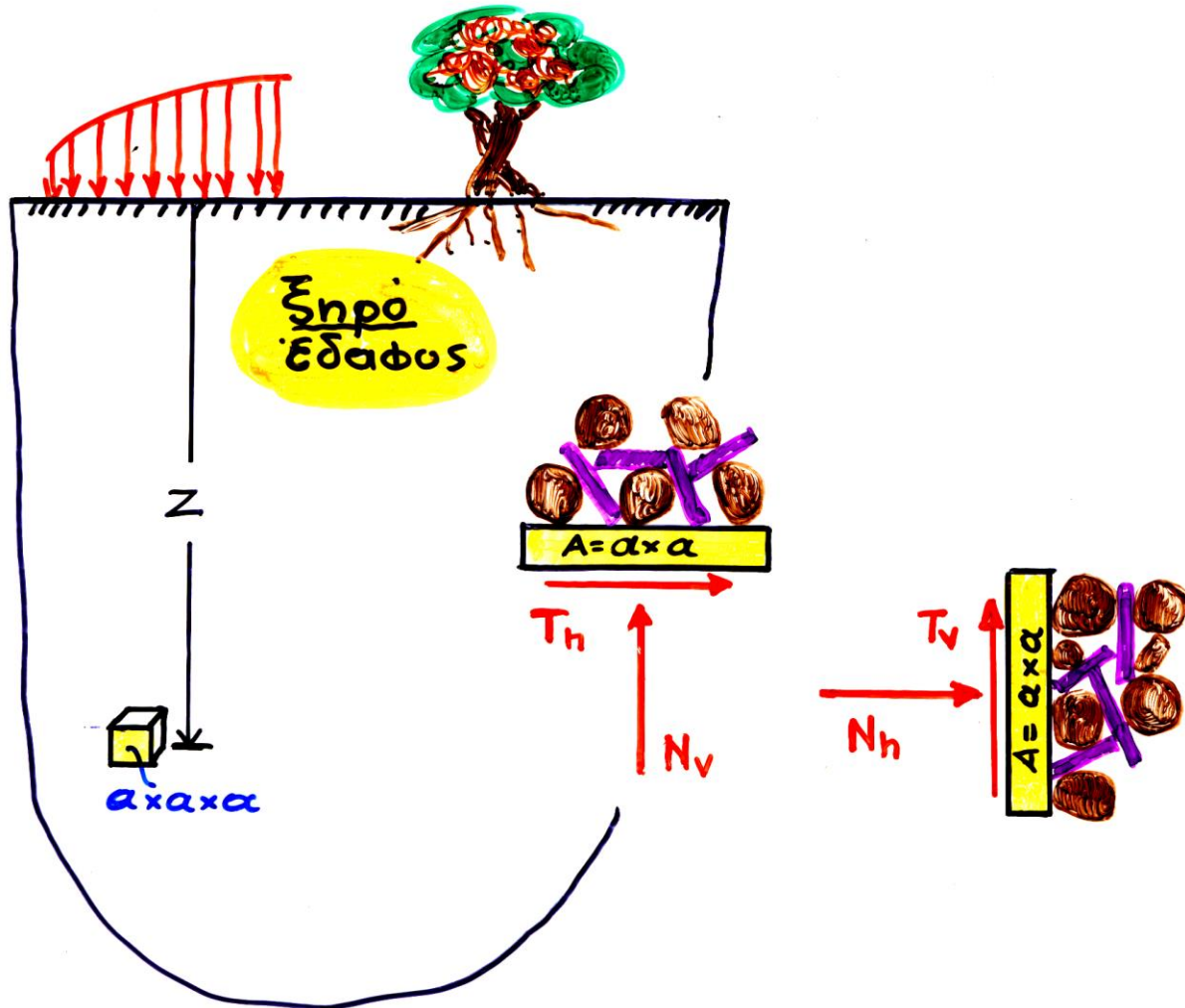
# Μικροσυμπεριφορά → Μακροσυμπεριφορά

- Αν αγνοήσω τα (1) και (2) ως μικρά (είναι της τάξης του  $10^{-5}$ ), κι αν μείνω μακριά από φορτία που προκαλούν θραύση/σύνθλιψη κόκκων, μπορώ να καταλάβω τη σύνδεση μικροσυμπεριφοράς - μακροσυμπεριφοράς λαμβάνοντας υπόψη τη διάταξη των κόκκων του εδάφους
  - Είδαμε σε [βίντεο](#) την επίδραση της πυκνότητας και του σχήματος των κόκκων, για επίπεδα φόρτισης που δεν ταλαιπωρούνται σοβαρά οι κόκκοι.

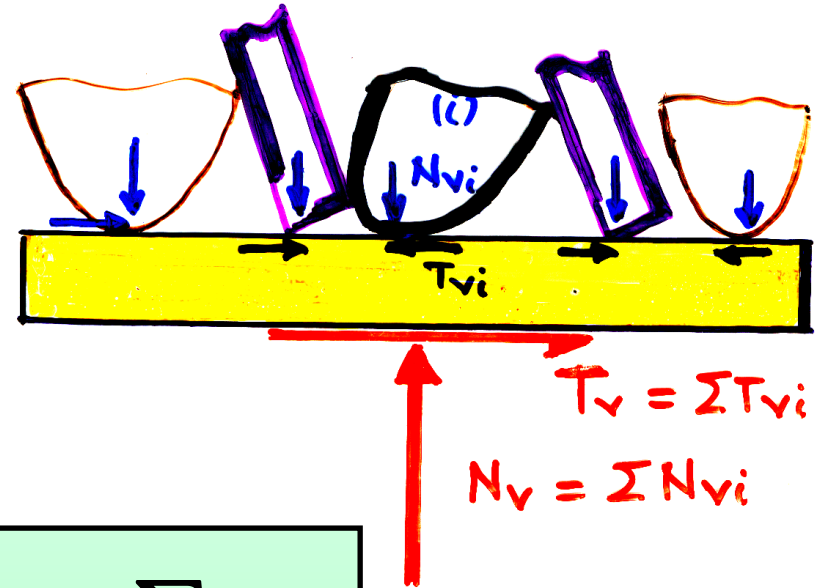
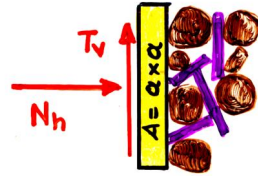
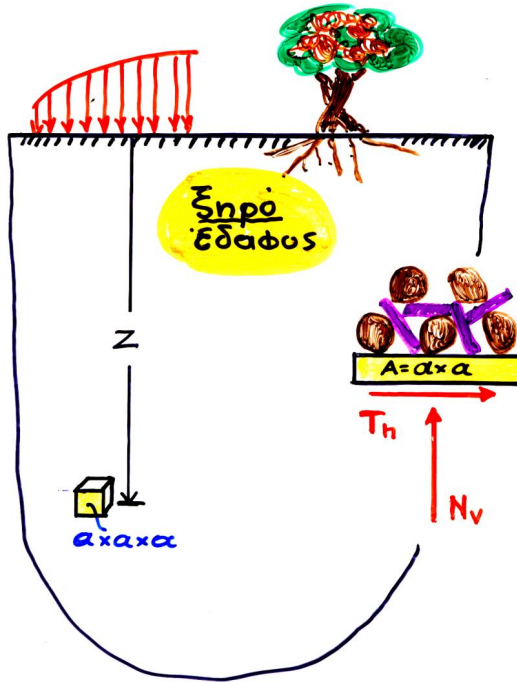


- Για όσους θελήσουν μια μέρα να μελετήσουν πώς πάμε συστηματικά από τη μικροσυμπεριφορά (χαρακτηριστικά κόκκων) στη μακροσυμπεριφορά (μηχανικές ιδιότητες του εδάφους) διαβάζουν το άρθρο των Altuhafi, Coop and Georgiannou (2016)

# (μέσες) τάσεις στο σωματιδιακό εδαφικό μέσο



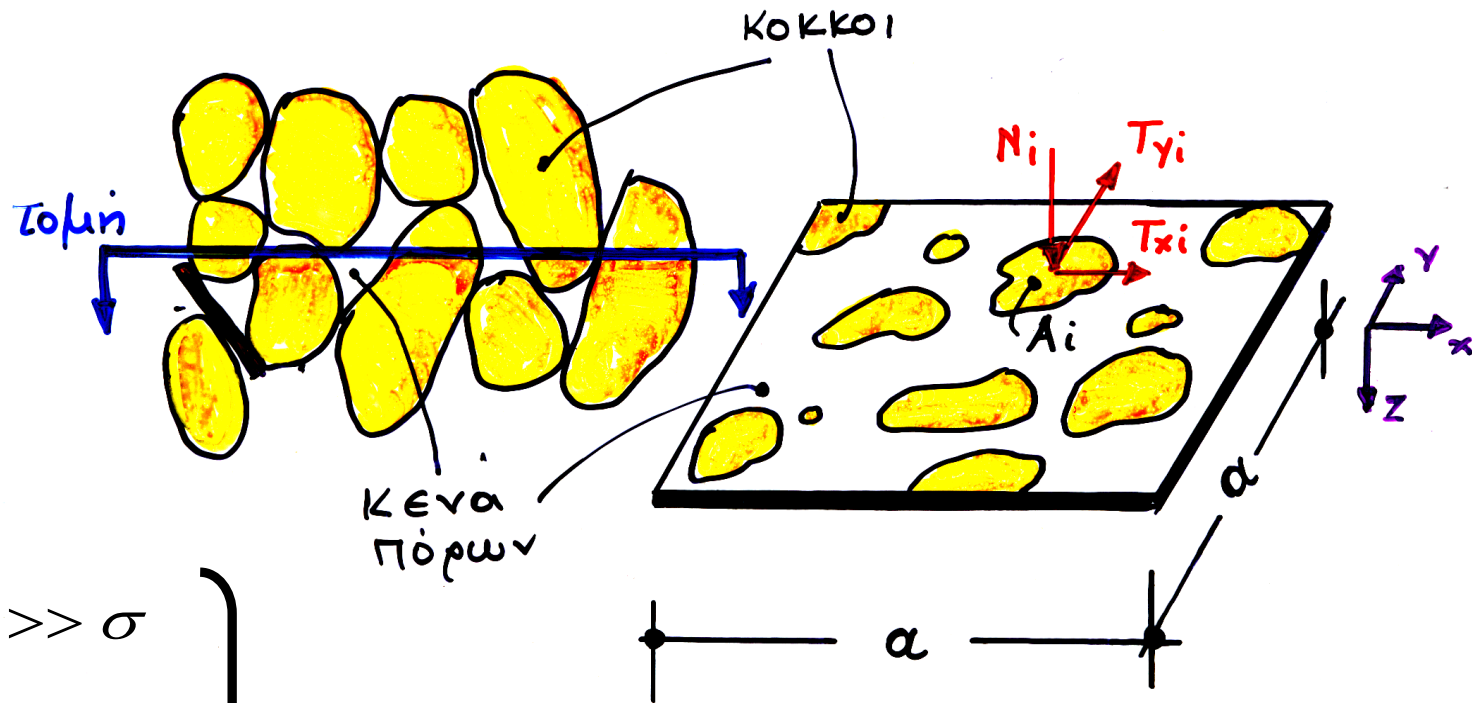
# (μέσες) τάσεις εδάφους



$$\sigma_v = \frac{N_v}{a^2} = \frac{\sum N_{vi}}{a^2}, \quad \tau_v = \frac{T_v}{a^2} = \frac{\sum T_{vi}}{a^2}$$

$$\sigma_h = \frac{N_h}{a^2} = \frac{\sum N_{hi}}{a^2}, \quad \tau_h = \frac{T_h}{a^2} = \frac{\sum T_{hi}}{a^2}$$





$$\sigma_i \approx \frac{N_i}{A_i} \gg \sigma$$

$$\tau_{xi} \approx \frac{T_x}{A_i} \gg \tau_x$$

$$\tau_{yi} \approx \frac{T_y}{A_i} \gg \tau_y$$

### τάσεις (επαφής) των κόκκων

$A_i$ : επιφάνεια επαφής κόκκων

$$A = \alpha \times \alpha = \alpha^2$$

(μέσες) τάσεις  
του εδάφους:

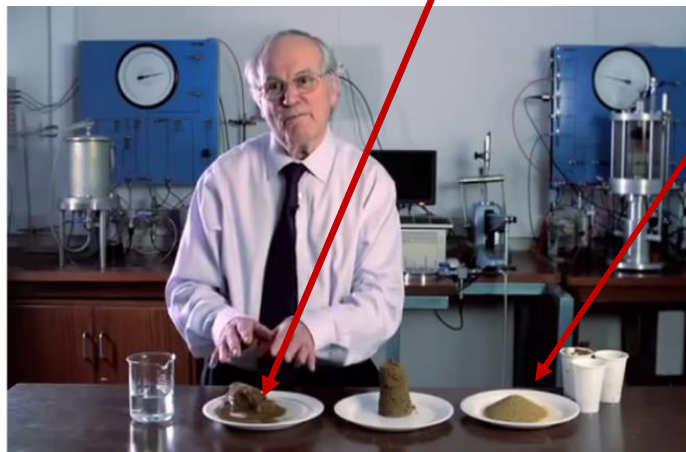
$$\sigma = \frac{\sum N_i}{\alpha^2},$$

$$\tau_x = \frac{\sum T_{xi}}{\alpha^2},$$

$$\tau_y = \frac{\sum T_{yi}}{\alpha^2}$$

# Ο ρόλος του νερού

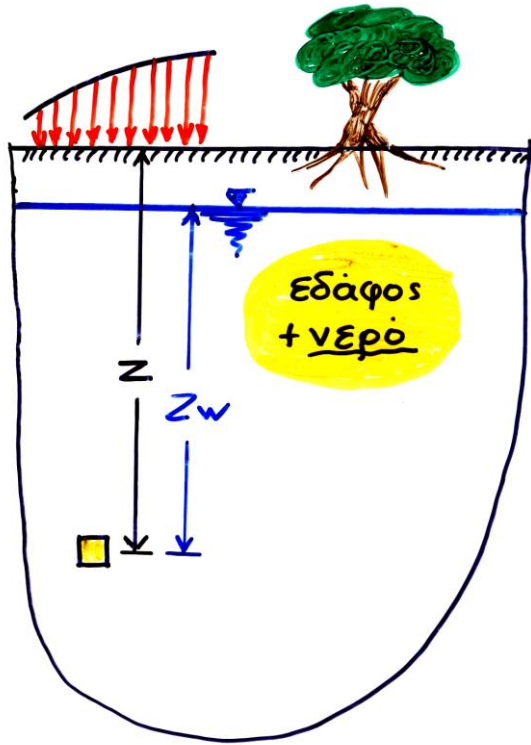
- Εύκολα μπορούμε να καταλάβουμε ότι η φόρτιση του εδάφους από ένα κτήριο (δηλ. η αλλαγή των τάσεων λόγω της κατασκευής του κτηρίου) θα προκαλέσει παραμορφώσεις στο έδαφος
- Λιγότερο εύκολα μπορούμε να καταλάβουμε γιατί αλλαγές στην πίεση του νερού των πόρων επίσης μπορούν να προκαλέσουν παραμορφώσεις στο έδαφος (διαφάνεια 16)
- Κι ενώ ξέρουμε ότι με υγρή άμμο μπορούμε να φτιάξουμε κάστρα, δεν είναι εύκολο να εξηγήσουμε πώς διαφέρει η υγρή άμμος από την κορεσμένη ( $S=100\%$ ) ή την ξηρή (διαφ. 17 & 18)



The Effect of Water on Soil Strength

Professor Burland on the effect of water on soil strength

# Ο ρόλος του νερού → Η ενεργός τάση



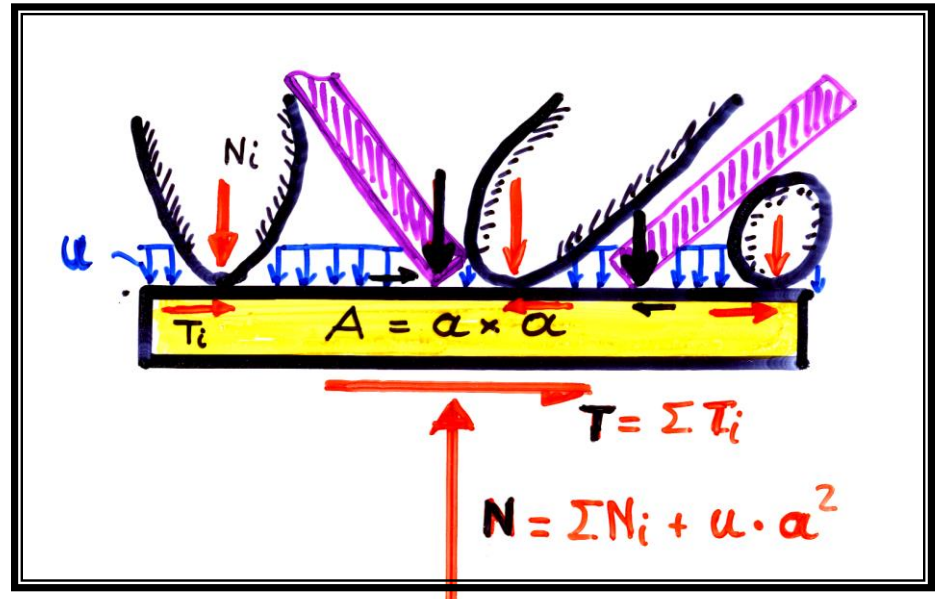
ορθές τάσεις

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \frac{N}{\alpha^2} = \frac{\sum N_i}{\alpha^2} + u \\ \sigma = \sigma' + u \end{array} \right.$$

(συν-) ολική τάση      ενεργός τάση      πίεση πόρων

διατμητικές τάσεις

$$\left\{ \tau = \frac{\sum T_i}{\alpha^2} (= \tau') \right.$$



**Διατμητικές τάσεις στο νερό:** μηδέν σε υδροστατικές συνθήκες & πολύ μικρές (τις αγνοούμε) για τις συνήθεις μικρές ταχύτητες του υπόγειου νερού

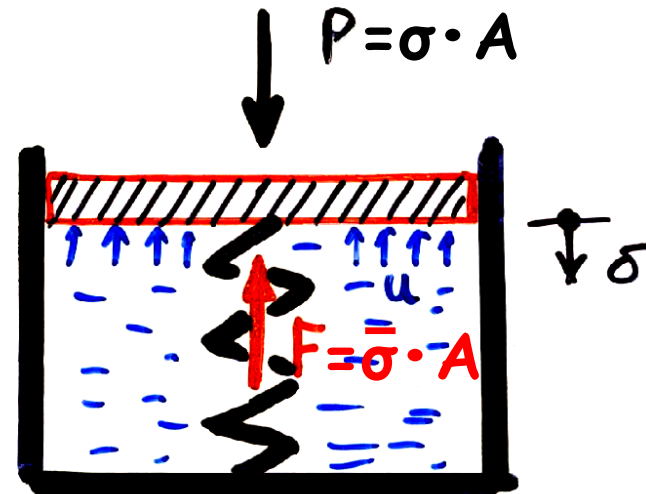
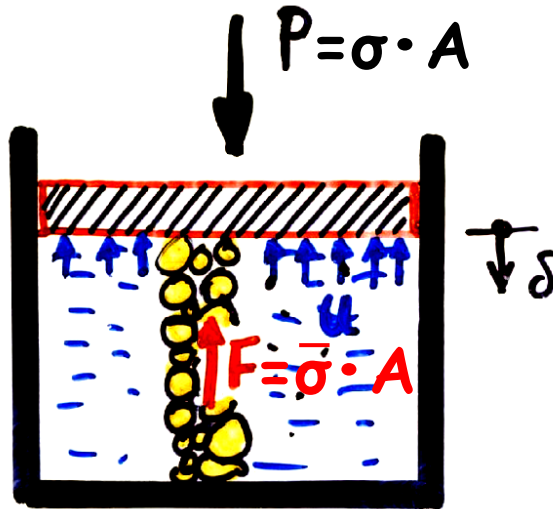
# Ενεργός τάση: πώς υπολογίζεται

- Η ενεργός τάση είναι ένα παράγωγο μέγεθος: η διαφορά της ολικής τάσης, που οφείλεται στο σύνολο των φορτίων, και της πίεσης του νερού των πόρων:  $\sigma' = \sigma - u$ 
  - Ολική τάση,  $\sigma$ , υπολογισμός: από ίδια βάρη και εξωτερικά φορτία
  - Πίεση του νερού των πόρων,  $u$ , υπολογισμός:
    - Συνήθως (για το μάθημα): ο υδροφόρος ορίζοντας έχει πολύ μικρή κλίση, υποθέτω ότι πρακτικώς το νερό δεν κινείται, υπολογίζω  $u$  από υδροστατική κατανομή
    - Στη γενική περίπτωση: λύνω το πρόβλημα υπόγειας ροής, που μου δίνει το υδραυλικό φορτίο  $h = z + (u/\gamma_w)$  σε κάθε σημείο και από το υδραυλικό φορτίο, με γνωστό το υψομετρικό φορτίο  $z$  υπολογίζω σε κάθε σημείο την πίεση  $u$

## Ενεργός τάση: η σημασία της

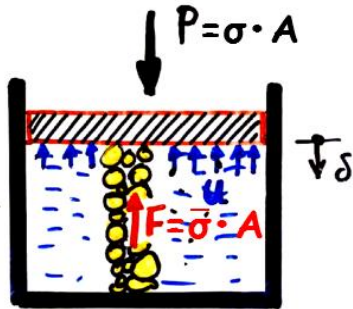
- Αν η ενεργός τάση δεν αλλάζει, το έδαφος (= ο εδαφικός σκελετός) δεν παραμορφώνεται
  - Εξ ου και ο όρος «ενεργός τάση» = «η τάση που ενεργεί» (effective stress)
- Γι' αυτό λέμε περιγραφικά ότι η ενεργός τάση είναι η τάση που νιώθει ο εδαφικός σκελετός
- Η διατμητική αντοχή του εδάφους (άλλο μέγεθος-κλειδί!) εξαρτάται από τις ενεργές τάσεις

# Μηχανικό μοντέλο κορεσμένου εδάφους = ελατήριο σε πιστόνι



- Δεν είναι δυνατόν να έχω μετατόπιση της πλάκας χωρίς να μεταβληθεί το μήκος του ελατηρίου που αντιπροσωπεύει τον εδαφικό σκελετό
- Αν δεν παραμορφωθεί το έδαφος, η ενεργός τάση δεν αλλάζει  $\Delta\sigma' = 0 \rightarrow \Delta\sigma = \Delta u$

# Μηχανικό μοντέλο κορεσμένου εδάφους = ελατήριο σε πιστόνι, συνέχεια



Λίγο πιο εξελιγμένο μοντέλο, με πλάκα με οπές (μεγάλες οπές πιο περατό έδαφος): για μικρές οπές (αργιλικά εδάφη), το νερό θα αργήσει να φύγει

- Α, ωραία, μήπως τότε να μην αφήνω το νερό να φεύγει για να μην παραμορφώνεται (εδώ: συμπιέζεται) το έδαφος;
- Χμ, τι είπαμε όμως στη διαφάνεια 3; Συχνά θα θέλω να συμπιέζεται το έδαφος για να βελτιώνονται οι μηχανικές ιδιότητές του
  - Πρέπει όμως πρώτα να φύγει το νερό για να βελτιωθούν οι ιδιότητές του! Γι' αυτό πρέπει να μελετάμε τις αργίλους και (α) μόλις επιβληθεί το φορτίο και (β) αφού φύγει το νερό.

# Άλλες συνέπειες της αρχής της ενεργού τάσης

- Τι θα γίνει αν μειωθεί η πίεση του νερού των πόρων λόγω άντλησης;

$$- \sigma' = \sigma - u$$

- Μικραίνει η πίεση  $u$ , η ολική τάση  $\sigma$  μένει σταθερή, αυξάνεται η ενεργός τάση  $\sigma'$ , καθιζάνει το έδαφος (εδώ πράγματι θα ήθελα το νερό να μην φύγει, αλλά έλα που χρειαζόμαστε το νερό που αντλώ)



## Άλλες συνέπειες της αρχής της ενεργού τάσης (συνέχεια 1)

- Και **στην υγρή άμμο** τι γίνεται τελικά;

$$-\sigma' = \sigma - \alpha_w u_w - \alpha_a u_a$$

$\alpha_w$ : κλάσμα επιφάνειας πόρων γεμάτων με νερό

$\alpha_a$ : κλάσμα επιφάνειας πόρων γεμάτων με αέρα

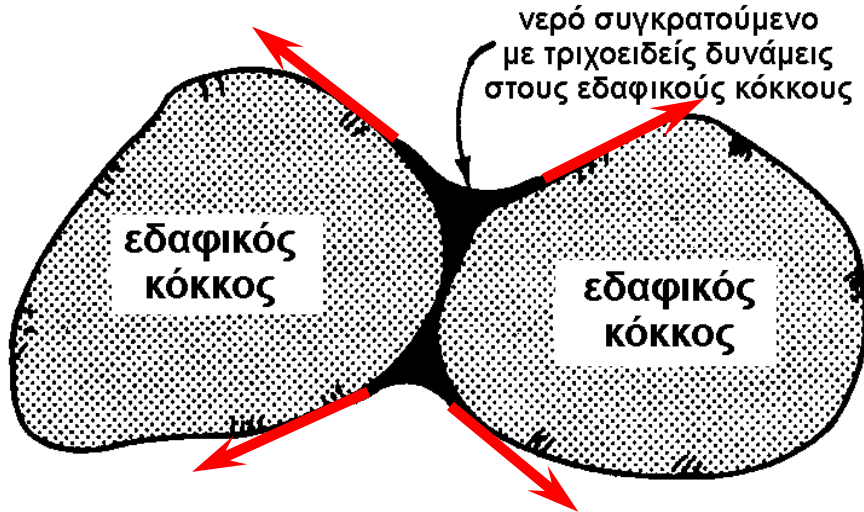
$$\alpha_w + \alpha_a = 1$$

- Πίεση στον αέρα = ατμοσφαιρική (κατά σύμβαση μηδέν)
- Πίεση στο νερό αρνητική (= χαμηλότερη από την ατμοσφαιρική) λόγω των τριχοειδών δυνάμεων, κι έτσι **η ενεργός τάση είναι μεγαλύτερη από την ολική!**

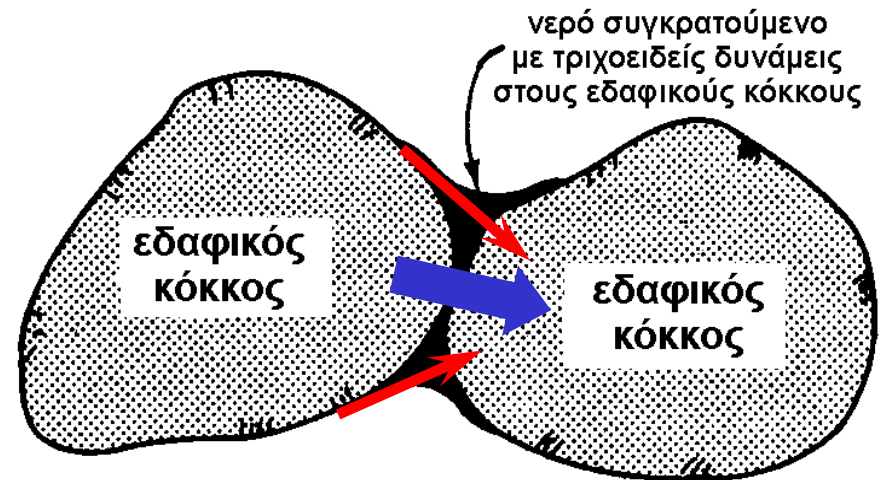
# Άλλες συνέπειες της αρχής της ενεργού τάσης (συνέχεια 2)

Υγρή άμμος & τριχοειδείς δυνάμεις

Τριχοειδείς δυνάμεις στο νερό



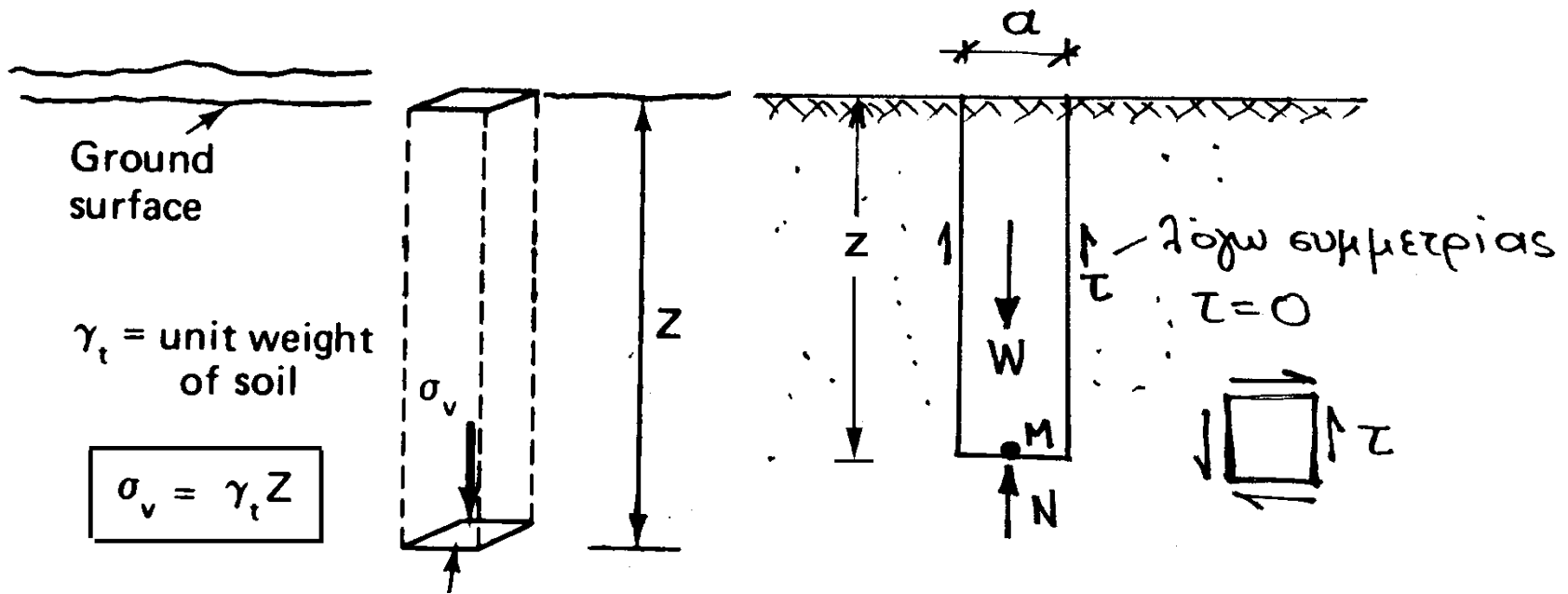
Τριχοειδείς δυνάμεις στον αριστερό εδαφικό κόκκο



➡ συνισταμένη

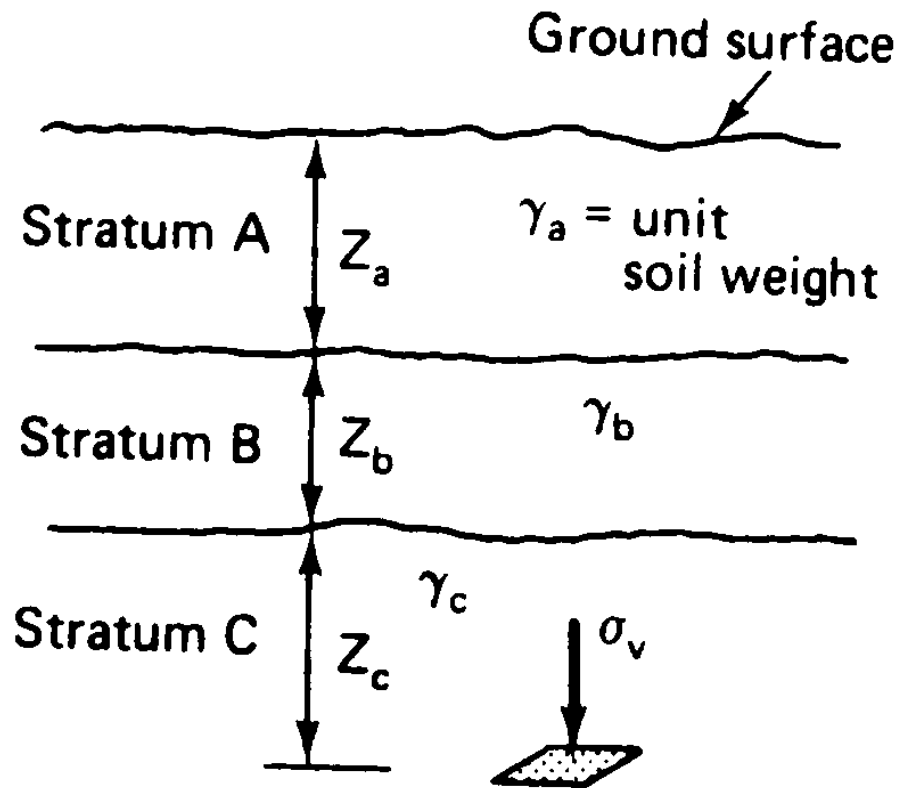
# Ολικές τάσεις στο έδαφος λόγω ιδίου βάρους: γεωστατικές τάσεις

Εξετάζω μια στήλη εδάφους με οριζόντια επιφάνεια, χωρίς εξωτερική φόρτιση



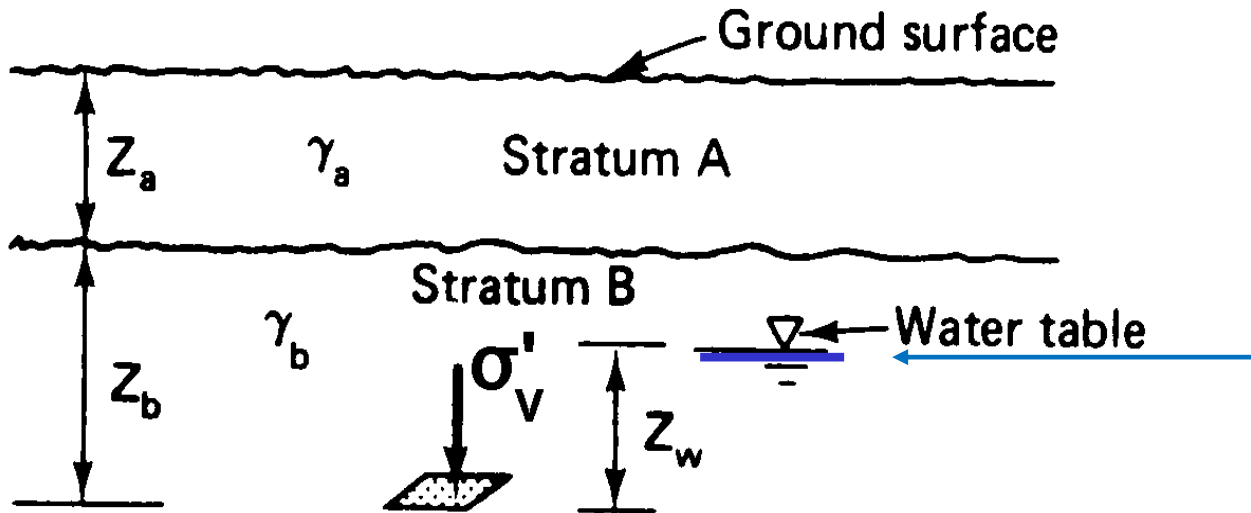
$$N = W = \gamma V = \gamma z a^2 \quad \sigma_v = \frac{N}{a^2} = \frac{\gamma z a^2}{a^2} \Rightarrow \sigma_v = \gamma z$$

# Πολλαπλές στρώσεις: γεωστατικές τάσεις



$$\sigma_v = \gamma_a Z_a + \gamma_b Z_b + \gamma_c Z_c$$

# Στη γενική περίπτωση με νερό



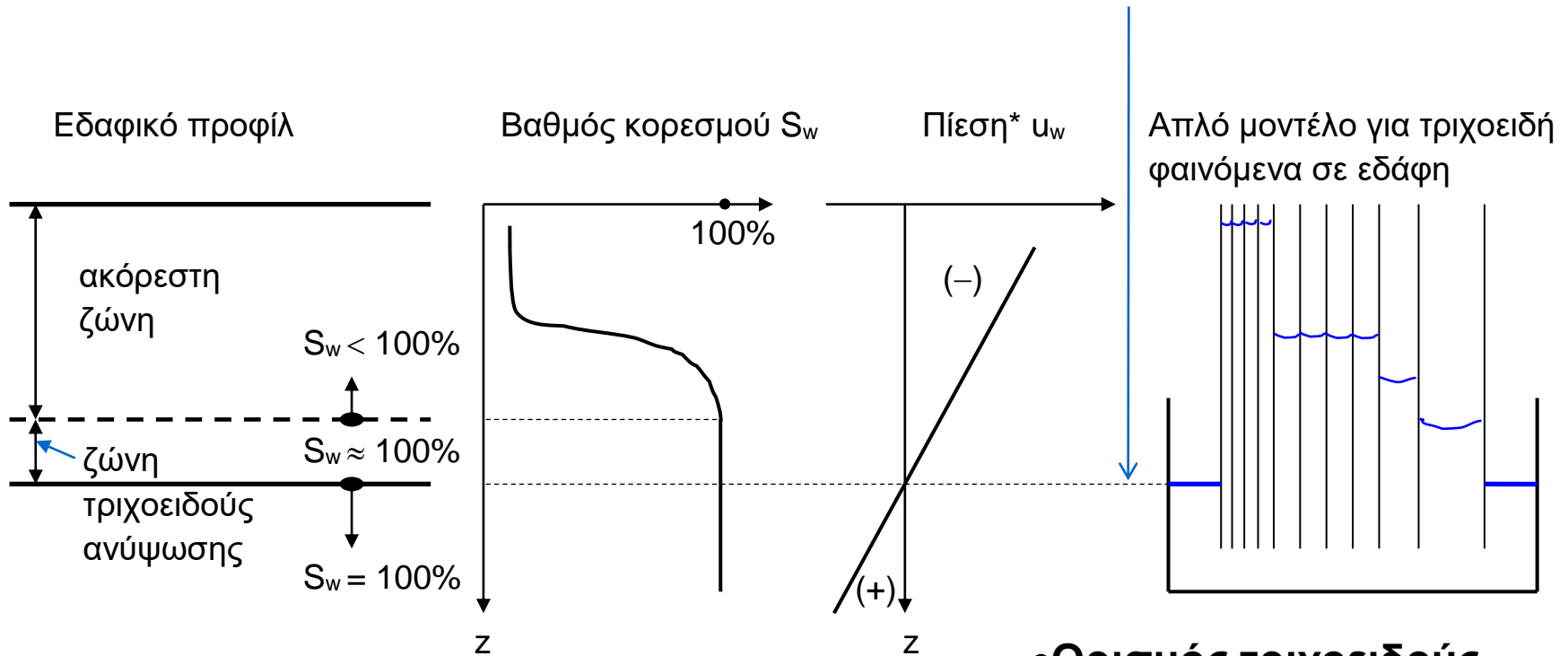
Θα πρέπει να ξέρω τη στάθμη του υπογείου ορίζοντα (Σ.Υ.Ο.)

$$\sigma_v = \gamma_a z_a + \gamma_b z_b$$

$$u = \gamma_w z_w$$

και, όπως πάντα,  $\sigma'_v = \sigma_v - u$

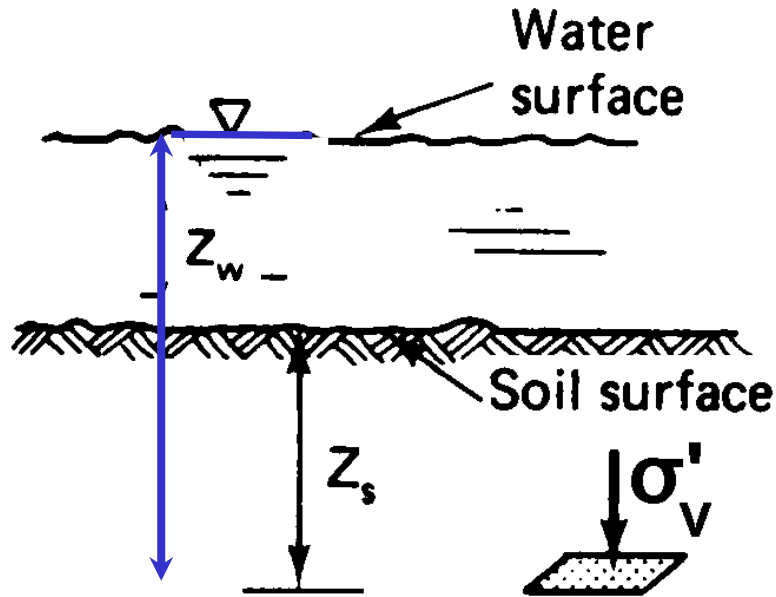
# Ακόρεστη ζώνη: τι γίνεται πάνω από τον υδροφόρο ορίζοντα (υδροστατικές συνθήκες)



\* Θετική πίεση (+) = μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική, αρνητική πίεση (-) = μικρότερη από την ατμοσφαιρική

- Ορισμός τριχοειδούς πίεσης  $u_c = \text{πίεση αέρα} - \text{πίεση νερού}$
- $u_c \uparrow$  επιφανειακή τάση υγρού-αέρα  $\uparrow$  άνοιγμα πόρων  $\downarrow$

# Περίπτωση πυθμένα λίμνης



$$\sigma_v = \gamma_w (z_w - z_s) + \gamma z_s$$

$$u = \gamma_w z_w$$

και, όπως πάντα,  $\sigma'_v = \sigma_v - u$

# Και οι οριζόντιες τάσεις;

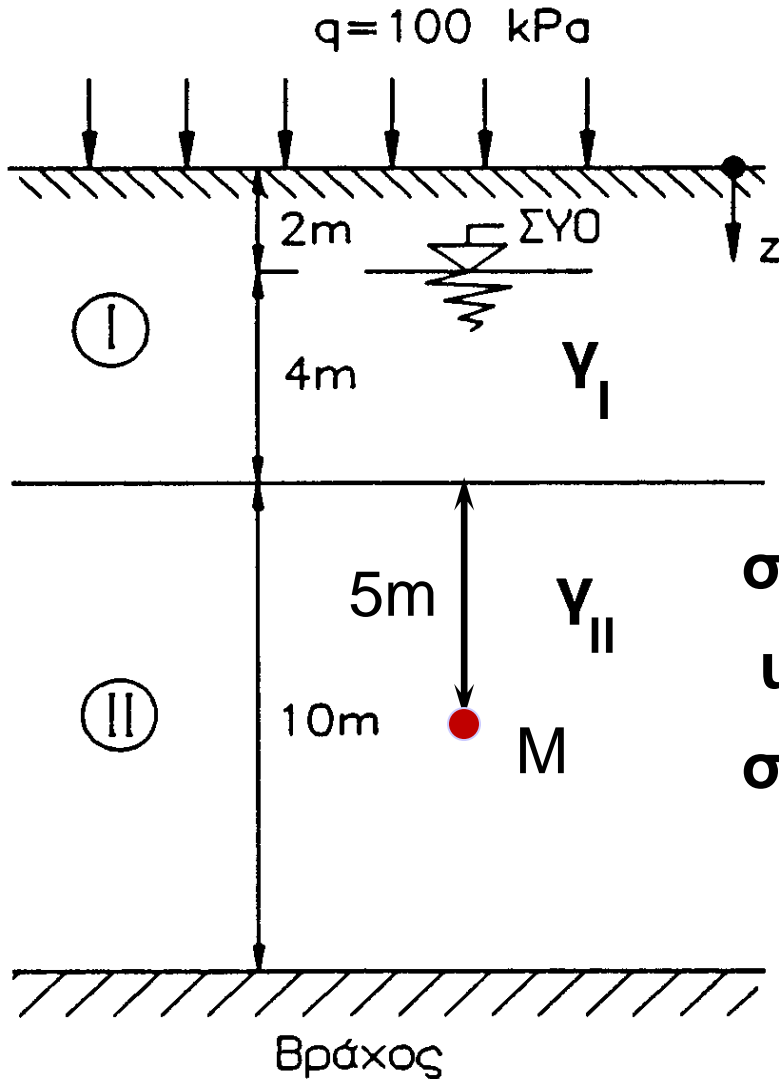
- Δεν μπορώ να τις βρω από ισορροπία
- Μπορώ όμως να θεωρήσω λογικό ότι η κατακόρυφη και η οριζόντια τάση θα έχουν κάποια σταθερή σχέση,  $\sigma'_h = K_o \sigma'_z$ 
  - $K_o$  = συντελεστής ουδέτερης ώθησης γαιών
  - Πώς το σκέφτηκα αυτό; Επειδή όταν έχω μηδενική πλευρική παραμόρφωση ( $\epsilon_h=0$ ) και ίσες πλευρικές τάσεις, τότε:  $\sigma'_h = [\nu/(1-\nu)] \sigma'_z$ ,  $\nu$  = λόγος Poisson
- Πειραματικά βρίσκεται  $K_o = 0.4 - 0.6$  για συνήθη εδάφη
- Προσοχή! Ο συντελεστής  $K_o$  συνδέει ενεργές τάσεις (αφού αυτές συνδέονται με παραμόρφωση)



# Υπολογισμός γεωστατικών τάσεων

- Σειρά υπολογισμών:
  - Ολική κατακόρυφη τάση,  $\sigma_v$
  - Πίεση νερού πόρων,  $u$
  - Ενεργός κατακόρυφη τάση,  $\sigma'_v = \sigma_v - u$
  - Ενεργός οριζόντια τάση  $\sigma'_h = K_o \sigma'_v$
  - Ολική οριζόντια τάση,  $\sigma_h = \sigma'_h + u$

# Παράδειγμα εφαρμογής



Να υπολογιστούν στο σημείο M οι γεωστατικές τάσεις για:

Έδαφος I:  $\gamma_I = 18 \text{ kN/m}^3$

Έδαφος II:  $\gamma_{II} = 20 \text{ kN/m}^3$

$$\sigma_v = 2 \times 18 + 4 \times 18 + 5 \times 20 = 208 \text{ kPa}$$

$$u = 9 \times 10 = 90 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_v = 208 - 90 = 118 \text{ kPa}$$

Σημείωση: υπέθεσα ότι το ειδικό βάρος του εδάφους I σε ακόρεστη και κορεσμένη ζώνη είναι το ίδιο

## Πηγές υλικού διαφανειών

- Διαφάνειες Μ. Καββαδά & Γ. Μπουκοβάλα

## Βιβλιογραφική αναφορά

- Altuhafi, F.N., M.R. Coop and V.N. Georgiannou (2016). Effect of particle shape on the mechanical behavior of natural sands, ASCE J. Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 142(12).