



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ – ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΗΣ

ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

« ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι - Τμήμα 2 »

4^ο ΕΞ. ΠΟΛ-ΜΗΧ. ΕΜΠ - Ακαδ. Έτος 2020 - 21

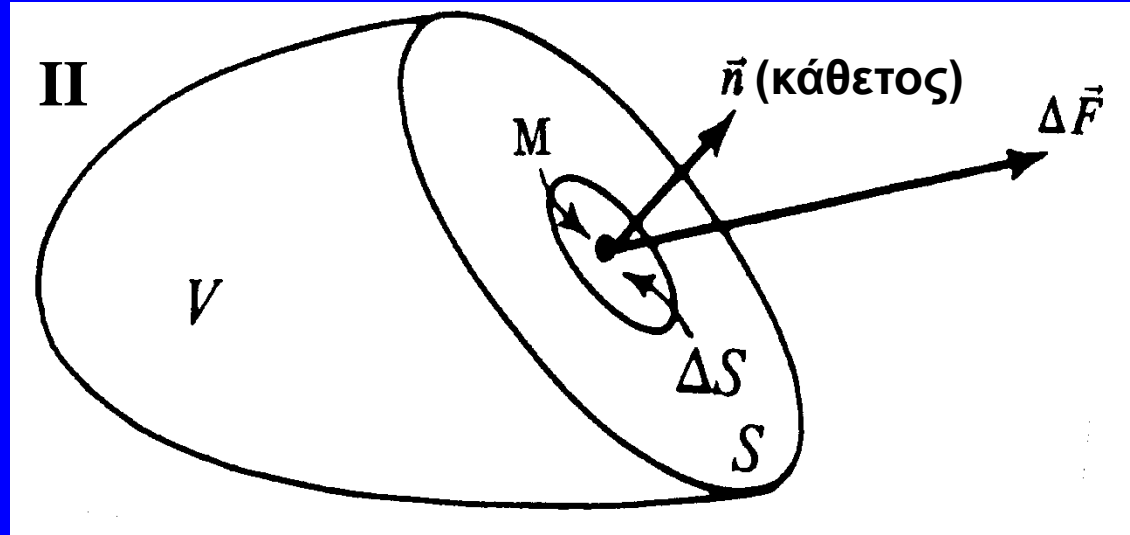
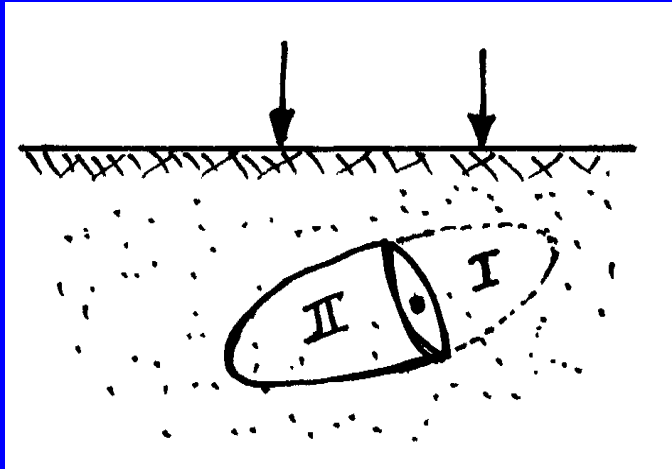
ΔΙΑΛΕΞΗ 3

ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

03.03.2021

ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

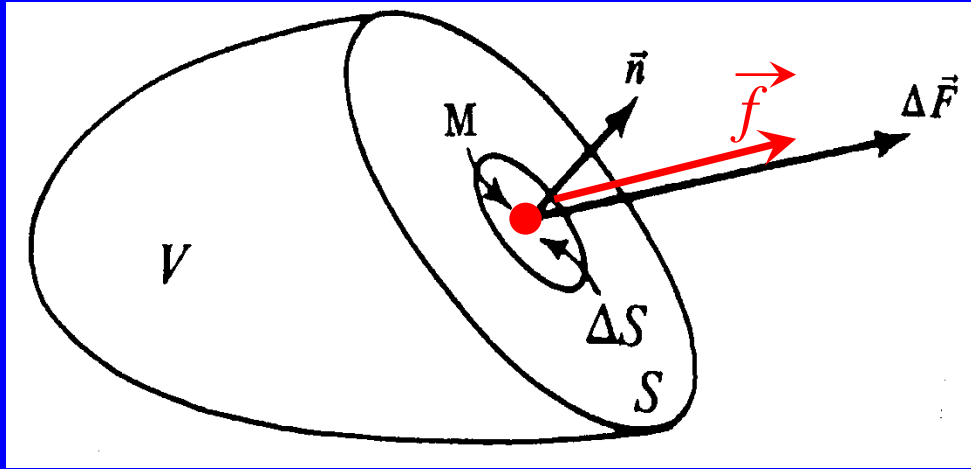
1. Τάσεις σε συνεχή υλικά (π.χ. χάλυβας)



Ανηγμένη δύναμη : $\vec{f} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta S}$, $\Delta S \rightarrow 0$

- Η ανηγμένη δύναμη έχει διαστάσεις «τάσης» (F/L^2 ή kPa)
- Η ανηγμένη δύναμη (f) εξαρτάται από τη θέση (σημείο M) και τη διεύθυνση (n) της επιφάνειας ΔS
- Σε κάθε σημείο M ορίζονται άπειρες ανηγμένες δυνάμεις (f), μία για κάθε επίπεδο που διέρχεται από το M

1. Τάσεις σε συνεχή υλικά (συνέχεια)



Ανηγμένη δύναμη :

$$\vec{f} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta S}$$

Η εντατική κατάσταση στο σημείο M μπορεί να θεωρηθεί γνωστή, εάν είναι γνωστές οι ανηγμένες δυνάμεις σε κάθε επίπεδο δια του M

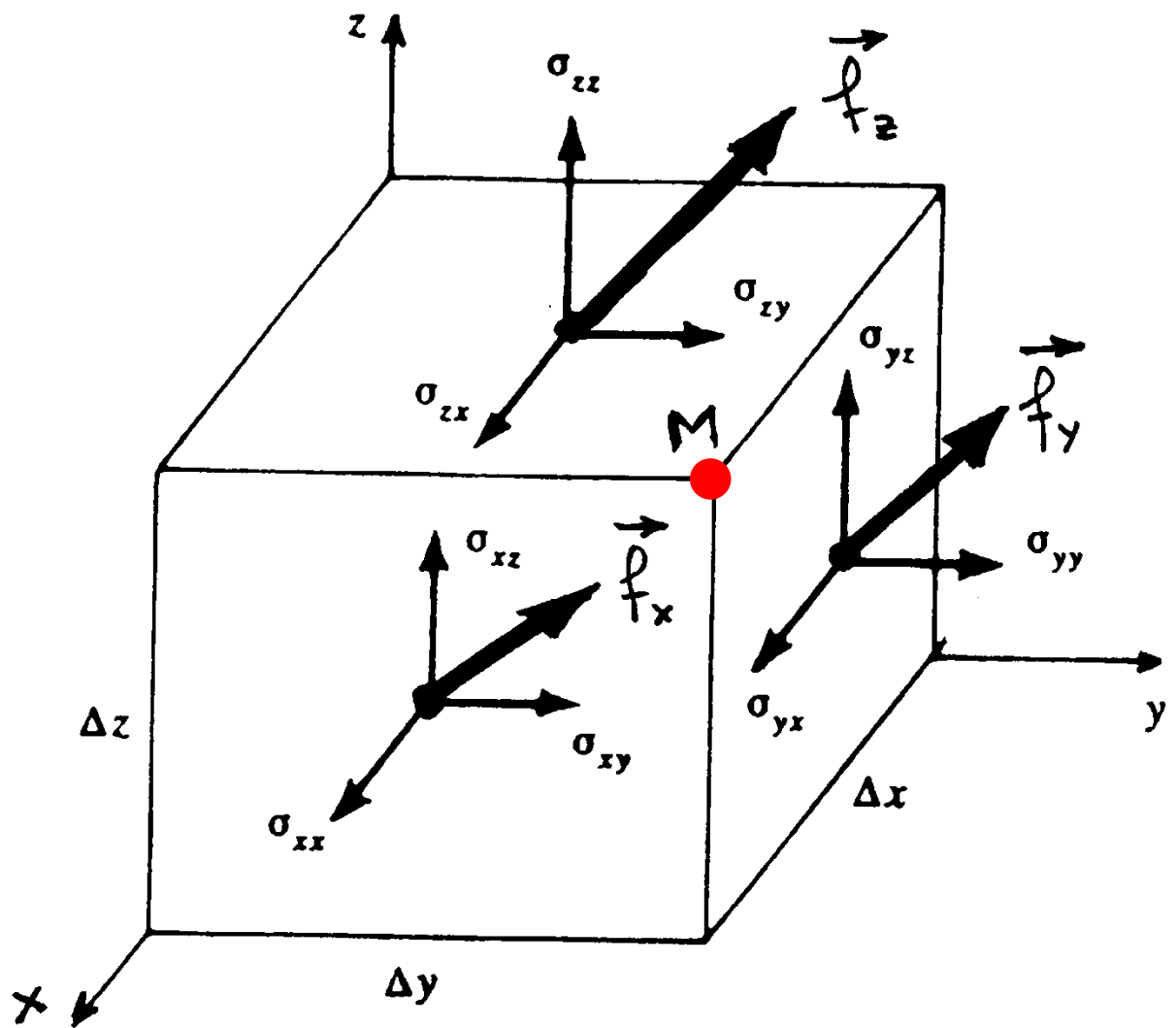
Θεώρημα :

Εάν είναι γνωστές οι ανηγμένες δυνάμεις σε τρία επίπεδα δια του M, τότε μπορεί να υπολογισθεί η ανηγμένη δύναμη σε κάθε άλλο επίπεδο δια του M.

Πόρισμα :

Η εντατική κατάσταση στο σημείο M μπορεί να θεωρηθεί γνωστή, εάν είναι γνωστές οι ανηγμένες δυνάμεις σε τρία επίπεδα δια του M

Ειδική περίπτωση : Έστω ότι τα τρία επίπεδα δια του M στα οποία είναι γνωστές οι ανηγμένες δυνάμεις είναι ορθογώνια και κάθετα στους άξονες (x, y, z).



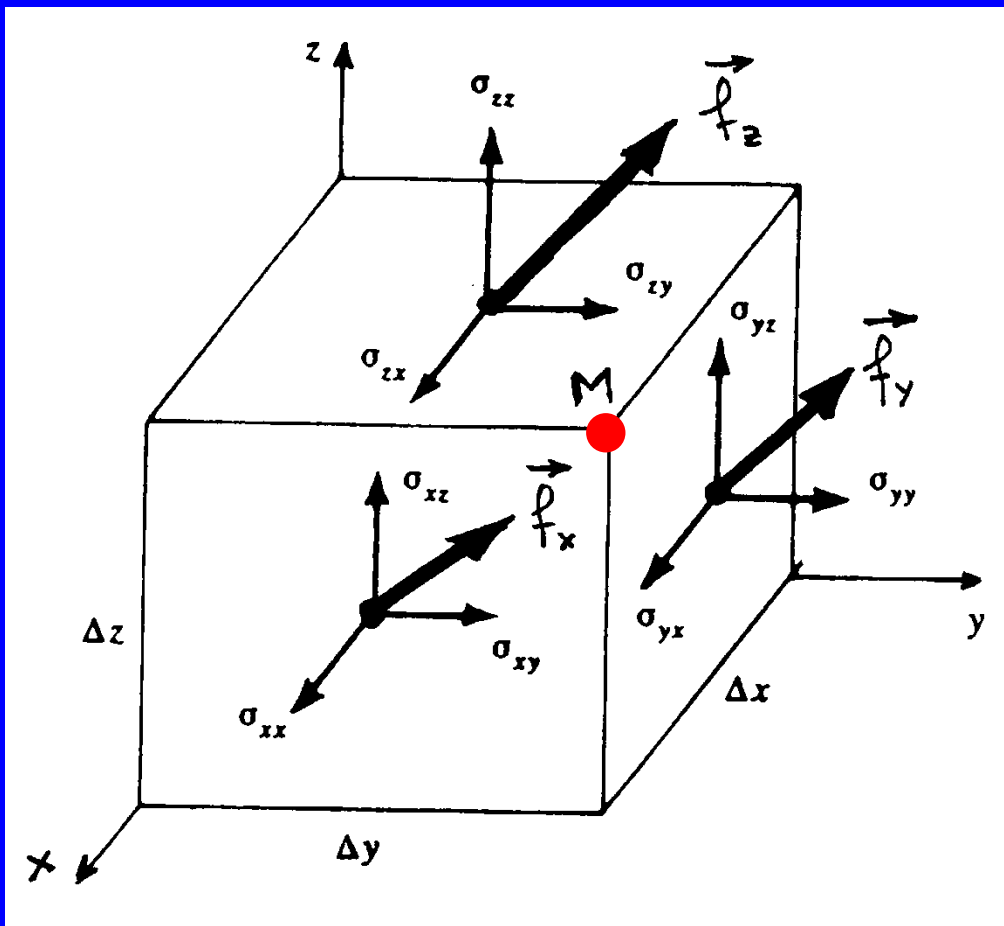
Ανηγμένες δυνάμεις στα τρία ορθογώνια επίπεδα δια του M :

$$\vec{f}_x = (\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz})$$

$$\vec{f}_y = (\sigma_{yx}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz})$$

$$\vec{f}_z = (\sigma_{zx}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz})$$

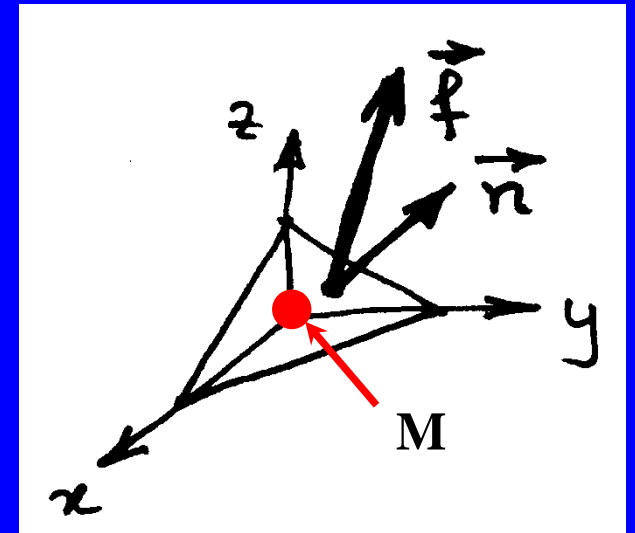
Τότε



$$\vec{f}_x = (\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz})$$

$$\vec{f}_y = (\sigma_{yx}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz})$$

$$\vec{f}_z = (\sigma_{zx}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz})$$



... η ανηγμένη δύναμη σε ένα τυχαίο επίπεδο δια του M, με διεύθυνση :

$$\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$$

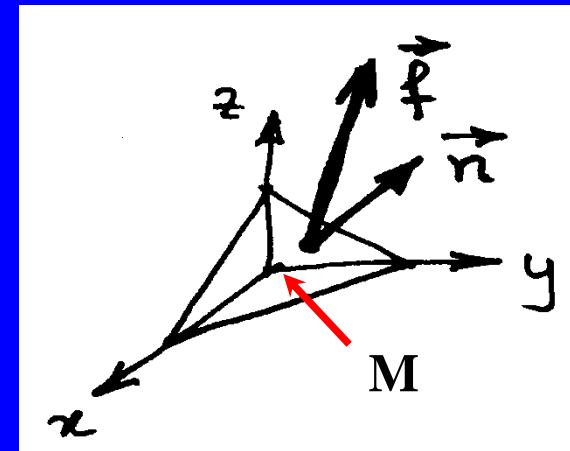
υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix}$$

Ορισμός της τάσης στο σημείο M :

Το μέγεθος :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$



που δίνει την ανηγμένη δύναμη σε οποιοδήποτε επίπεδο (\mathbf{n}) δια του M από τη σχέση :

$$\vec{\mathbf{f}} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{\mathbf{n}}$$

ονομάζεται τάση στο σημείο M, και έχει χαρακτηριστικά τανυστή β' τάξεως.

- Η τάση στο σημείο M εξαρτάται μόνον από τη θέση του σημείου M και το σύστημα των συντεταγμένων (x, y, z).
- Αποδεικνύεται ότι η τάση είναι συμμετρικός τανυστής : $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$
- Οι (έξι) συνιστώσες της τάσης έχουν διαστάσεις (F/L² -> kPa)

Επίπεδα των κύριων τάσεων :

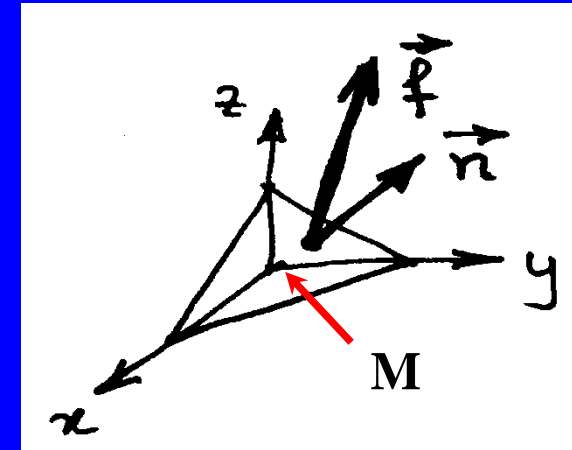
Ζητείται να προσδιορισθούν τα επίπεδα δια του M , στα οποία η ανηγμένη δύναμη να είναι ορθή, δηλαδή :

$$\vec{f} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n} = \lambda \vec{n} \quad \Rightarrow \quad (\boldsymbol{\sigma} - \lambda \mathbf{I}) \cdot \vec{n} = \vec{0}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} - \lambda & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} - \lambda & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} - \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- Η ανωτέρω εξίσωση έχει τρεις λύσεις $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ και συνεπώς δίνει τρία επίπεδα $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$.
- Τα επίπεδα αυτά είναι ορθογώνια μεταξύ τους και ονομάζονται κύρια επίπεδα. Η ορθή ανηγμένη δύναμη στα επίπεδα αυτά ονομάζεται ορθή τάση.

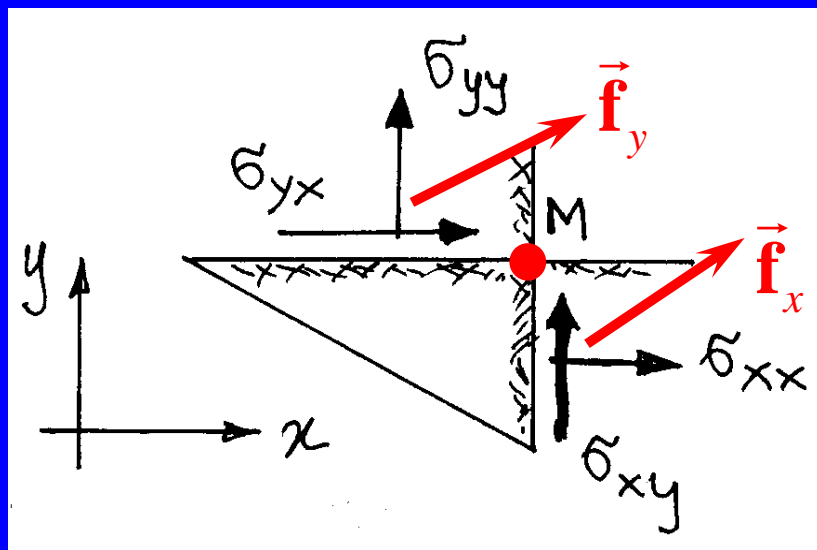
Ουσιαστικά, προσδιορίσθηκαν οι ιδιο-τιμές και τα ιδιο-διανύσματα του τανυστή της τάσης



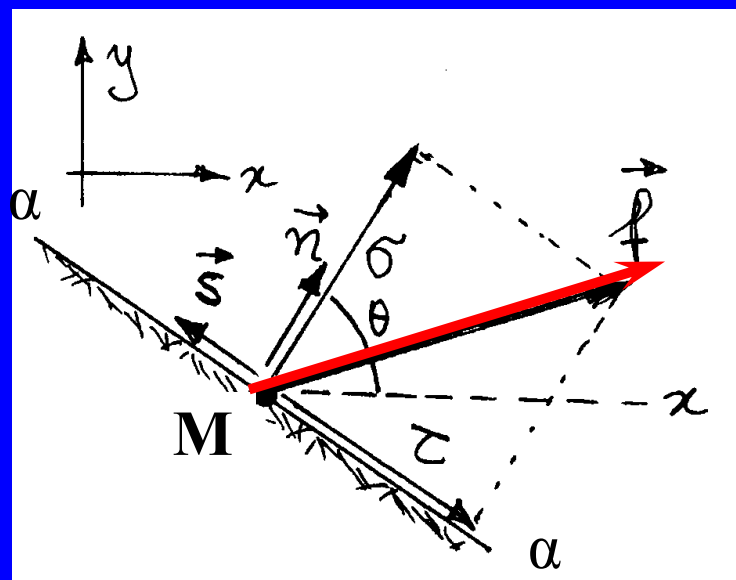
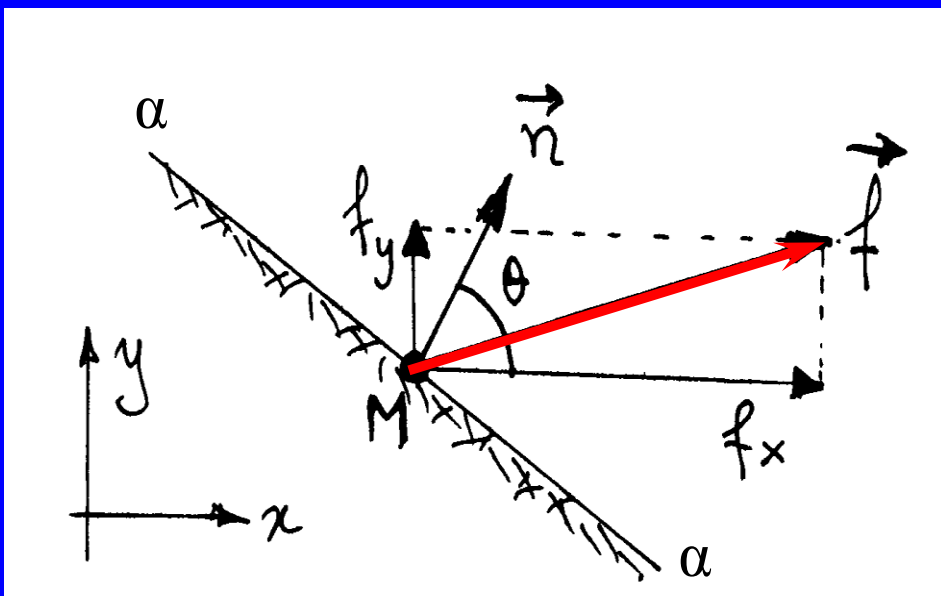
Εφαρμογή σε δι-διάστατη ένταση :

$$\vec{\mathbf{f}}_x = (\sigma_{xx}, \sigma_{xy})$$

$$\vec{\mathbf{f}}_y = (\sigma_{yx}, \sigma_{yy})$$



Έστω : $\vec{\mathbf{f}} = (f_x, f_y)$ η ανηγμένη δύναμη στο επίπεδο (αα) δια του M



$$\vec{\mathbf{n}} = (n_x, n_y) = (\cos \theta, \sin \theta) \quad \vec{\mathbf{s}} = (-\sin \theta, \cos \theta)$$

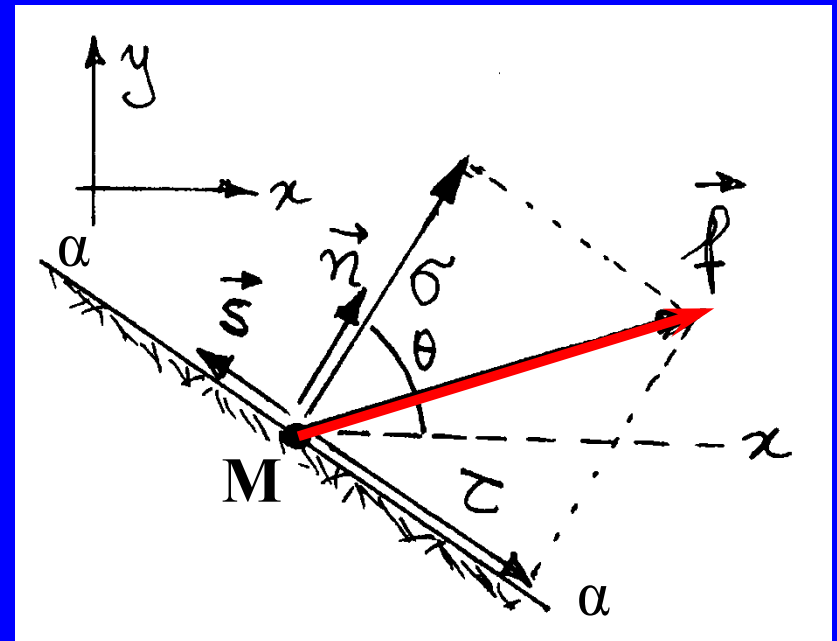
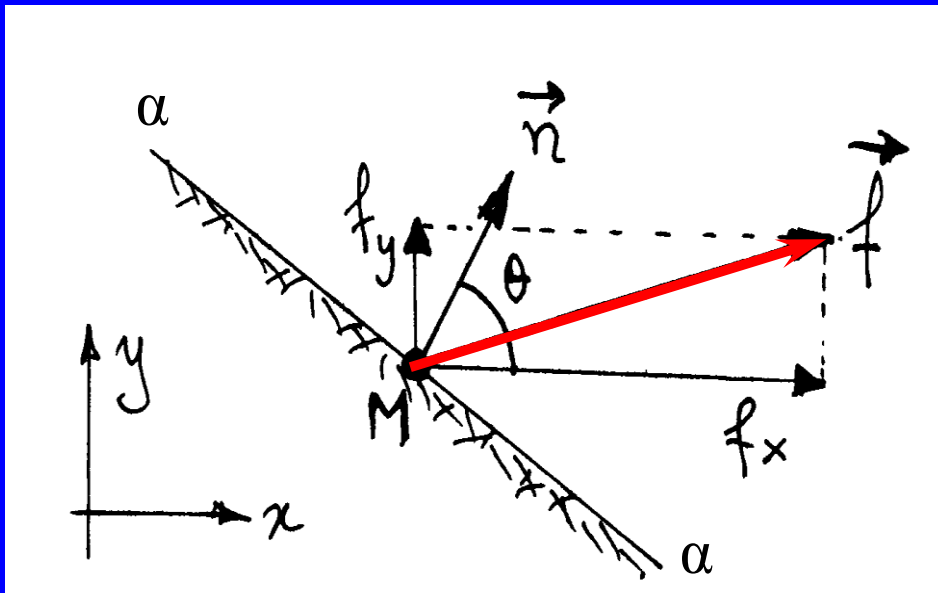
Εφαρμογή σε δι-διάστατη ένταση :

$$\vec{f} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \cos \theta + \sigma_{xy} \sin \theta \\ \sigma_{yx} \cos \theta + \sigma_{yy} \sin \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix}$$

Υπολογισμός της ορθής και διατμητικής τάσης :

$$\sigma = \vec{f} \cdot \vec{n} = \sigma_{xx} \cos^2 \theta + \sigma_{yy} \sin^2 \theta + 2 \sigma_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$\tau = - \vec{f} \cdot \vec{s} = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sin \theta \cos \theta - \sigma_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$



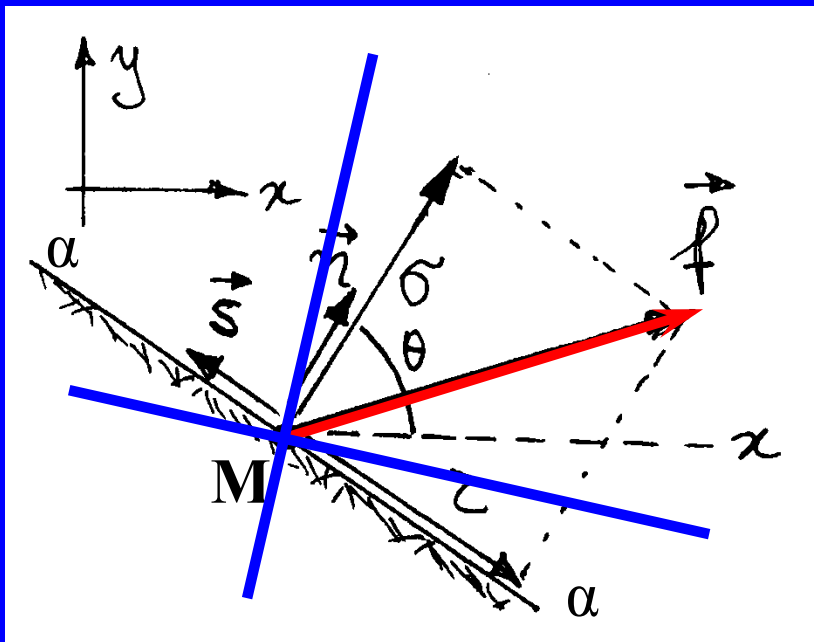
Εφαρμογή σε δι-διάστατη ένταση :

ή ισοδύναμα :

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \frac{1}{2} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \cos 2\theta + \sigma_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau = \frac{1}{2} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sin 2\theta - \sigma_{xy} \cos 2\theta$$

Προσδιορισμός των επιπέδων των κυρίων τάσεων :



Τα επίπεδα όπου $\tau=0$, άρα :

$$\tan 2\theta = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}$$

Δύο επίπεδα, κάθετα μεταξύ τους :

$$\theta_1 \text{ και } \theta_2 = \theta_1 + 90^\circ$$

Παράδειγμα εφαρμογής:

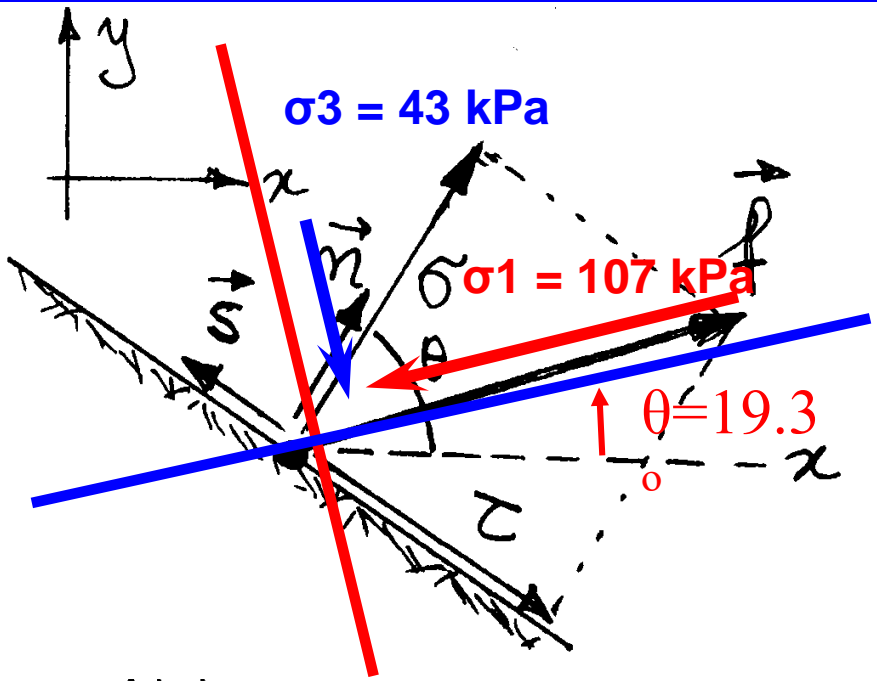
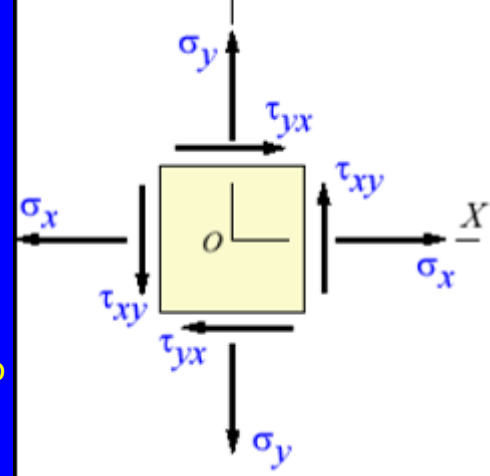
Έστω : $\sigma_{xx} = 100 \text{ kPa}$, $\sigma_{yy} = 50 \text{ kPa}$, $\sigma_{xy} = 20 \text{ kPa}$

Προσδιορισμός των επιπέδων των κυρίων τάσεων :

$$\tan 2\theta = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} = 0.8 , \text{ άρα : } \theta_1 = 19.33^\circ \text{ και } \theta_2 = 109.33^\circ$$

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})\cos 2\theta + \sigma_{xy}\sin 2\theta$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})\sin 2\theta - \sigma_{xy}\cos 2\theta$$



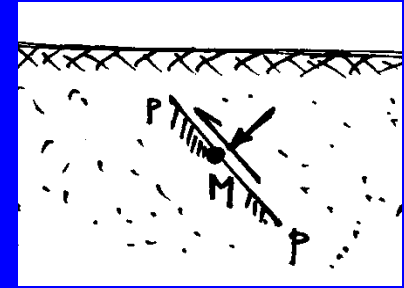
Οπότε, στο επίπεδο $\theta_1 = 19.33^\circ$:

$$\sigma = 107.02 \text{ kPa} \text{ και } \tau = 0$$

και στο επίπεδο $\theta_2 = 109.33^\circ$:

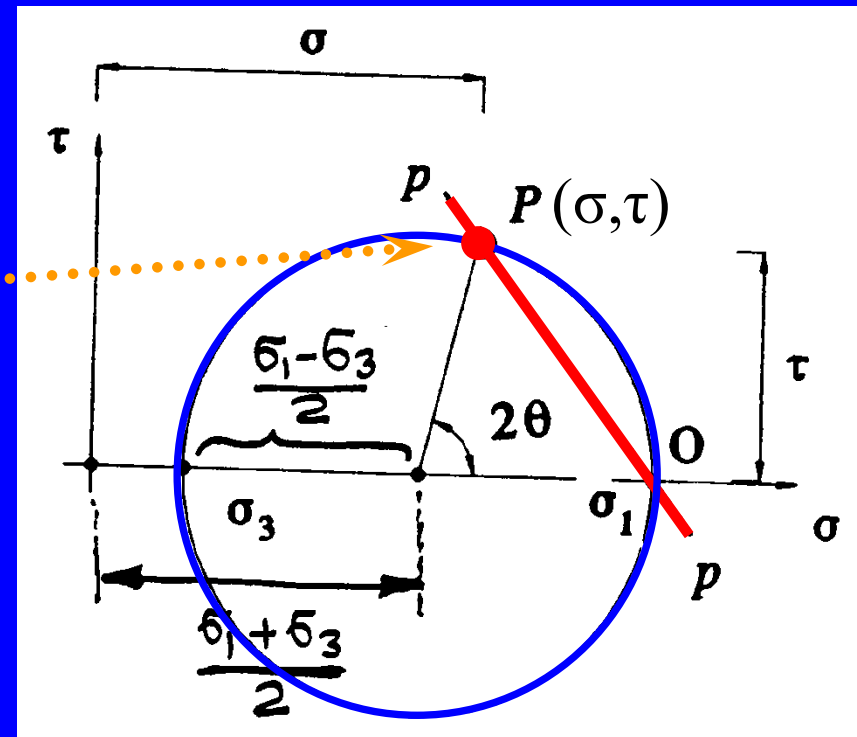
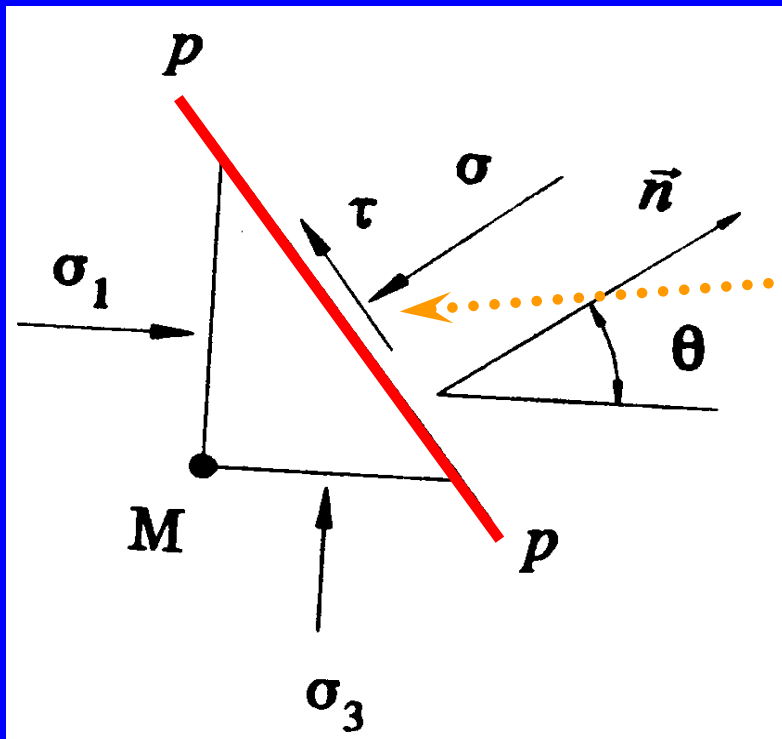
$$\sigma = 42.98 \text{ kPa} \text{ και } \tau = 0$$

Ορισμός του κύκλου Mohr :



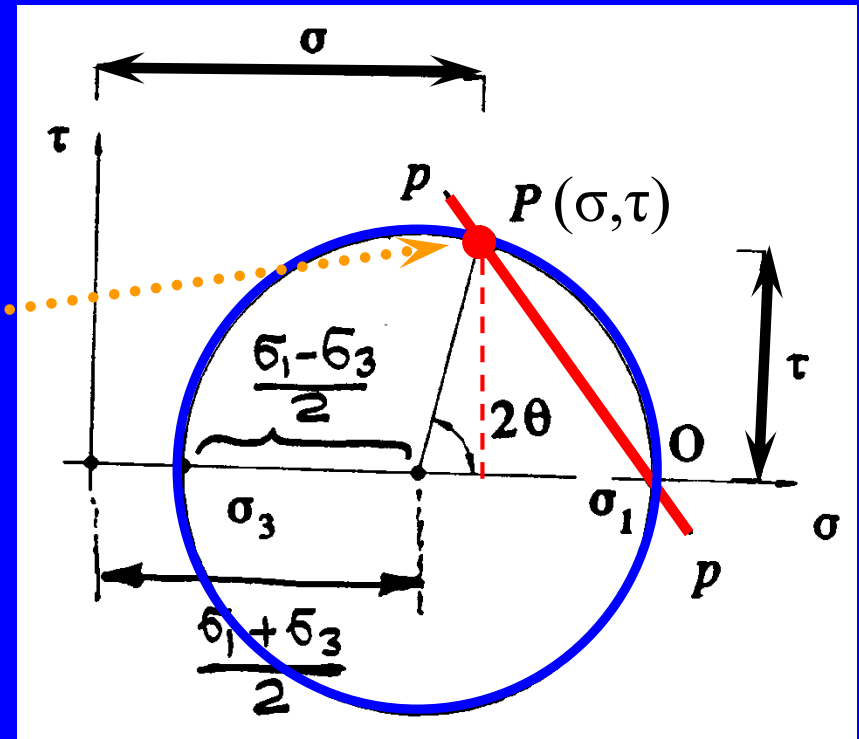
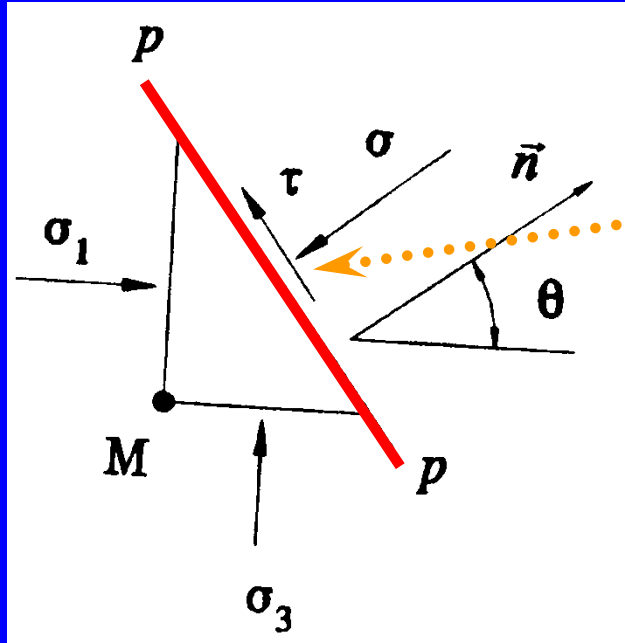
- Από το σημείο M διέρχονται άπειρα επίπεδα
- Σε κάθε επίπεδο ασκείται μια ανηγμένη δύναμη (f) η οποία έχει μία ορθή συνιστώσα (σ) και μια διατμητική συνιστώσα (τ)
- Άρα ορίζεται μια αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία μεταξύ :

Επιπέδων (pp) δια του M και Σημείων (P) στο επίπεδο (σ, τ)



Αποδεικνύεται ότι τα σημεία P ανήκουν σε κύκλο (κύκλος Mohr)

Ορισμός του κύκλου Mohr :



Από τις σχέσεις :

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})\cos 2\theta + \sigma_{xy}\sin 2\theta$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})\sin 2\theta - \sigma_{xy}\cos 2\theta$$

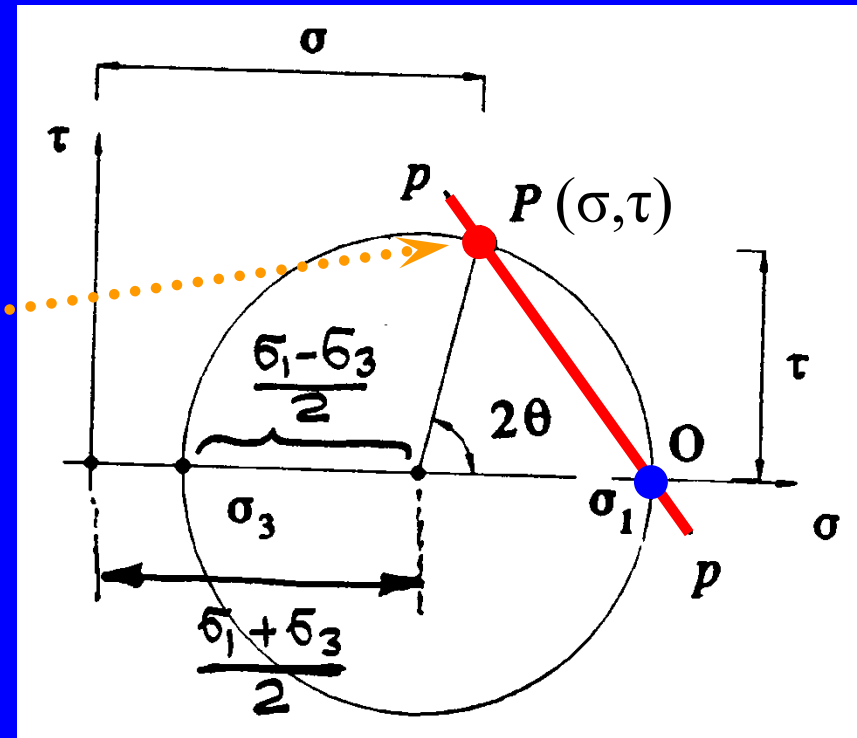
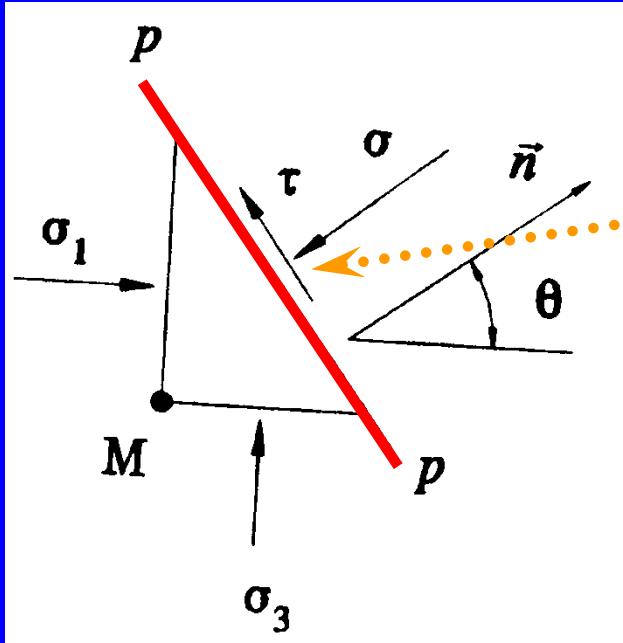
προκύπτει :

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\theta$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\theta$$

Δηλαδή, τα σημεία (σ, τ) ανήκουν σε κύκλο με διάμετρο (σ_1, σ_3)

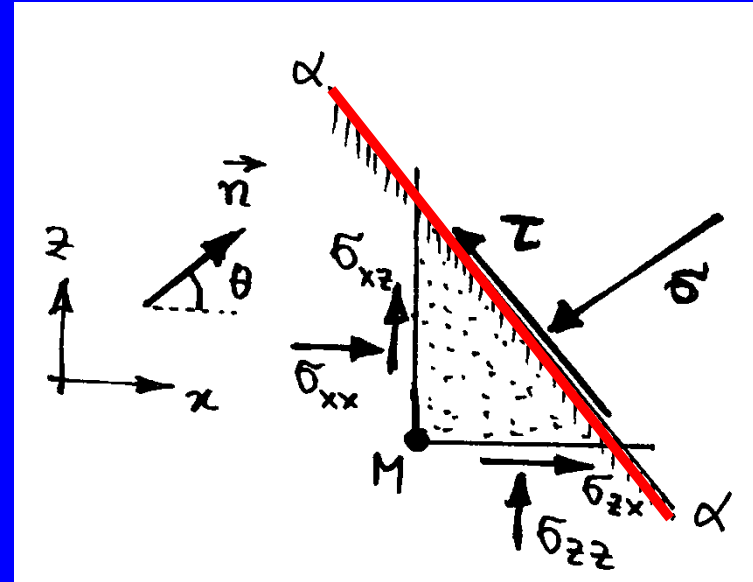
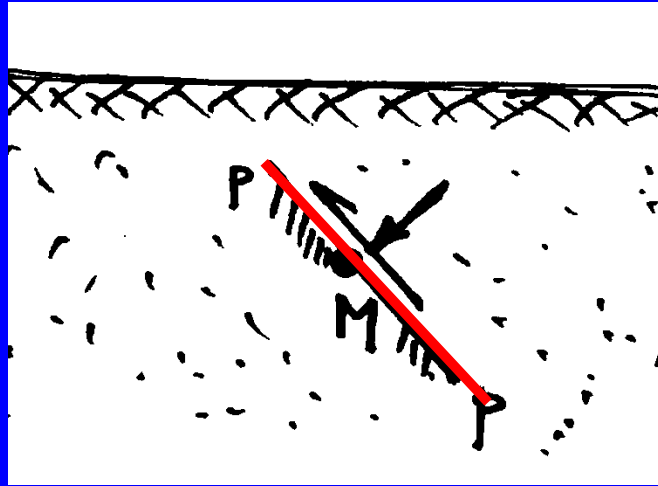
Ιδιότητες του κύκλου Mohr :



- Σε κάθε επίπεδο (pp) δια του M, αντιστοιχεί ένα σημείο P επί του κύκλου Mohr.
- Αν από το σημείο P του κύκλου Mohr, αχθεί ευθεία παράλληλη με το επίπεδο pp, η ευθεία ξανατέμνει τον κύκλο σε σταθερό σημείο O που ονομάζεται πόλος του κύκλου Mohr.

Σημ: Το O δεν βρίσκεται πάντα στον άξονα της σ

Σήμανση ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ των τάσεων (σ , τ) του κύκλου Mohr :



$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})\cos 2\theta + \sigma_{xy}\sin 2\theta$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})\sin 2\theta - \sigma_{xy}\cos 2\theta$$

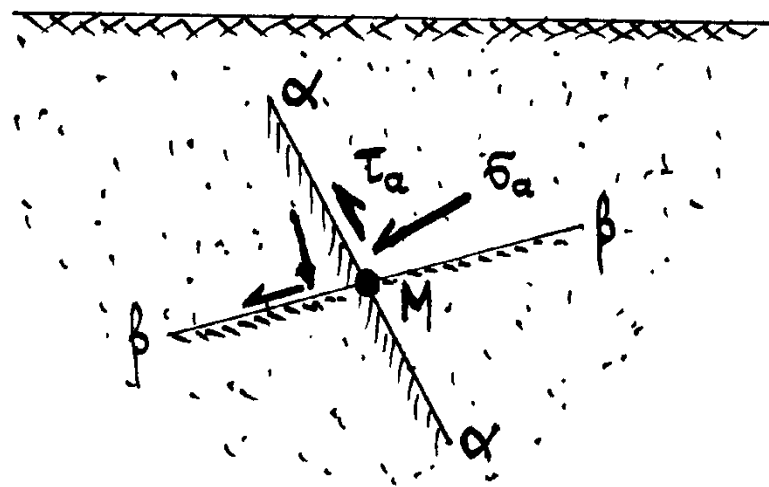
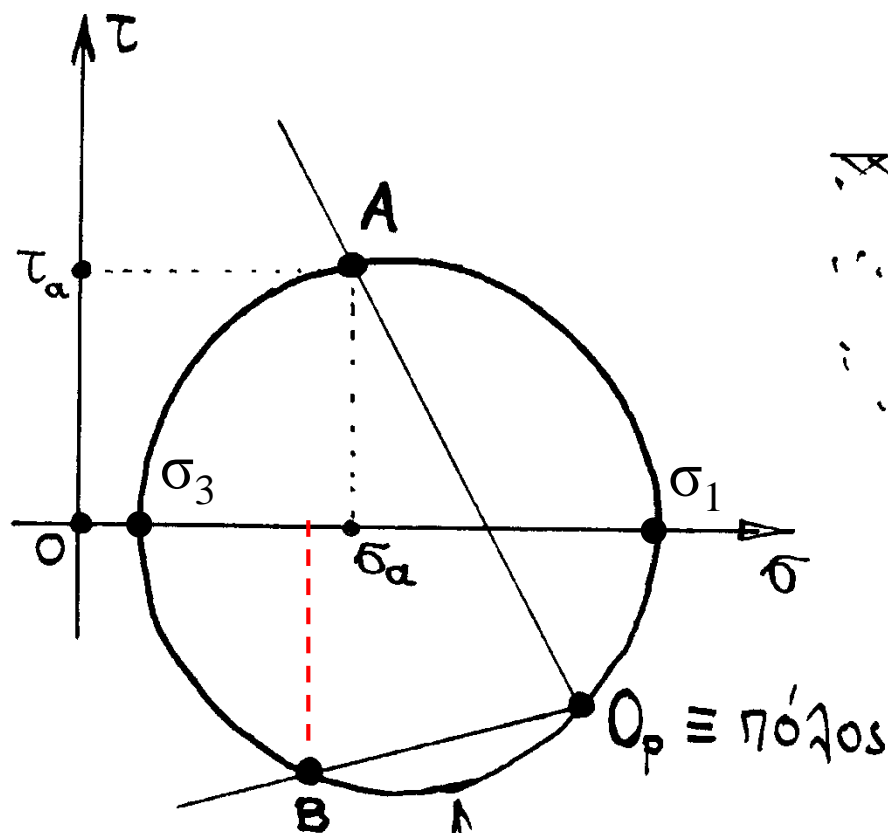
Θετική σήμανση των (σ , τ) :

- (σ , τ)

σ : θλιπτικό τ : αριστερόστροφο ↺ +

Εφαρμογή 1 : Δίδεται ο κύκλος Mohr (σ_1, σ_3) του σημείου M και οι τάσεις ($\sigma_\alpha, \tau_\alpha$) σε επίπεδο ($\alpha\alpha$) με γνωστή διεύθυνση.

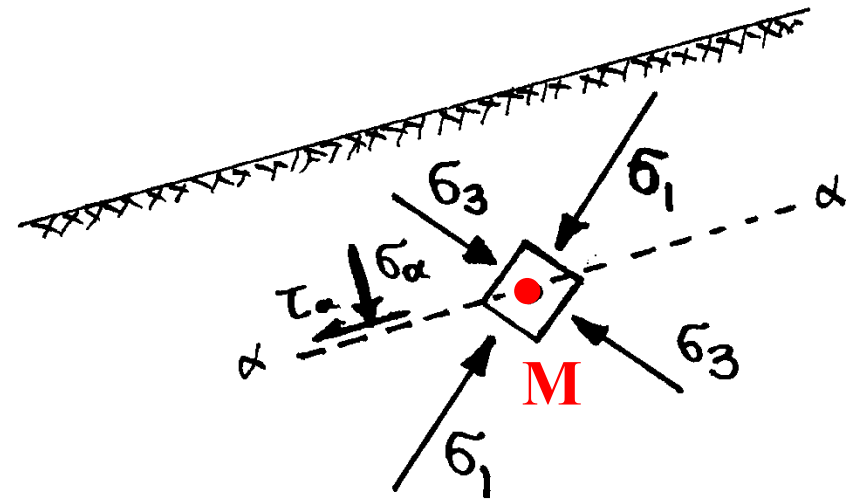
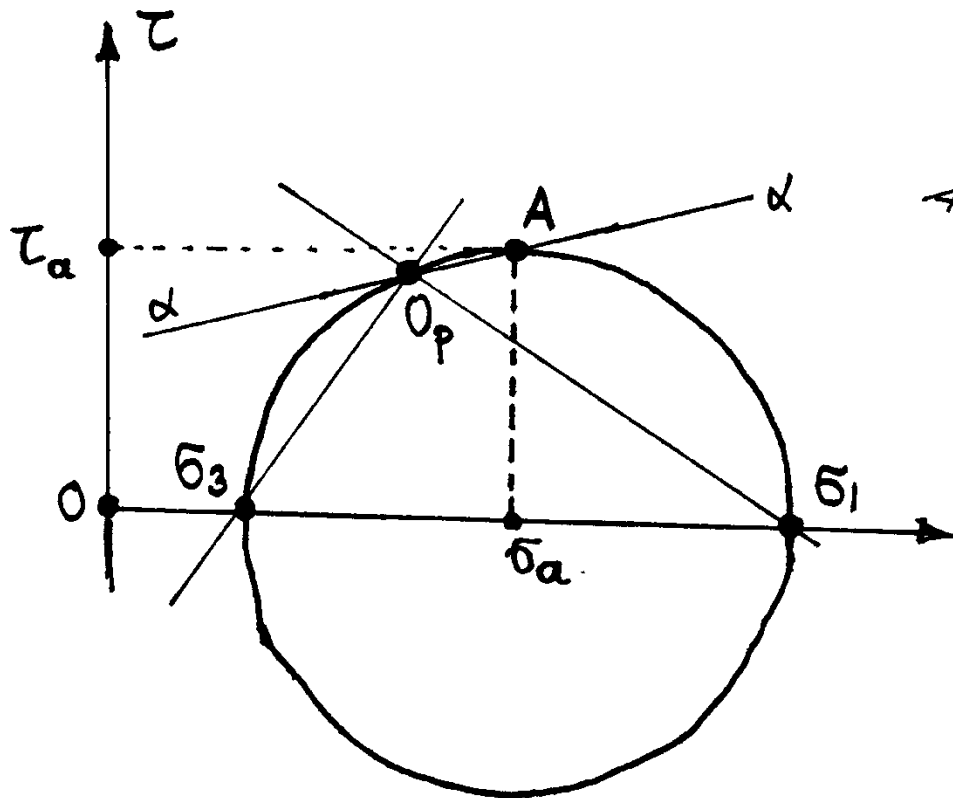
Να προσδιορισθούν οι τάσεις στο επίπεδο ($\beta\beta$).



κύκλος Mohr για την ενταξιακή κατάσταση στο σημείο M

Εφαρμογή 2 : Στο σημείο M εντός φυσικού πρανούς δίνονται οι τιμές των κυρίων τάσεων (70 kPa και 15 kPa) και οι διευθύνσεις των κυρίων επιπέδων (σ_1 και σ_3).

Να προσδιορισθούν οι τάσεις στο επίπεδο (α) που είναι παράλληλο με την επιφάνεια του εδάφους.



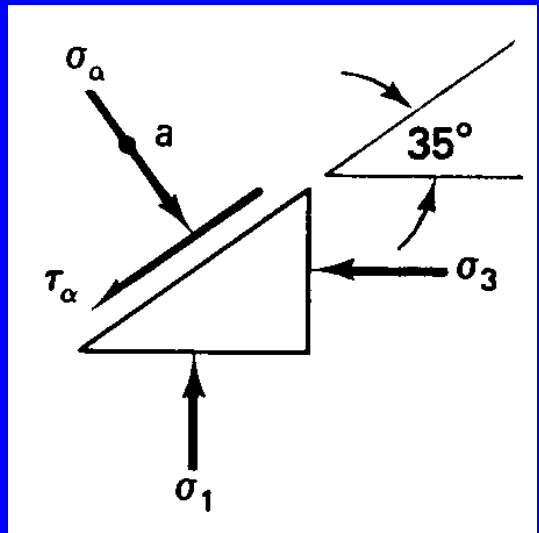
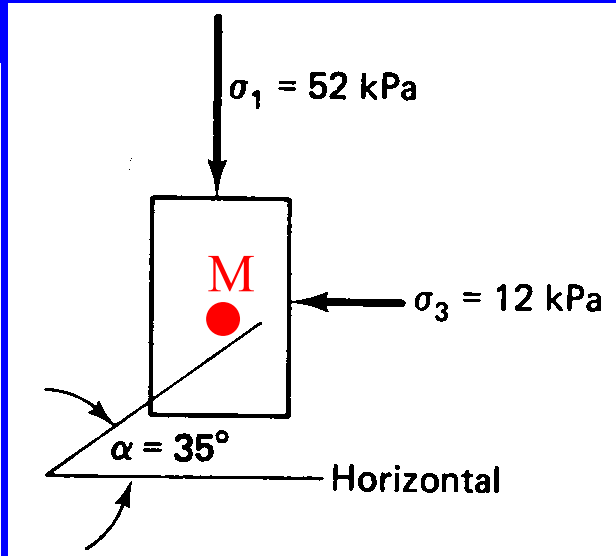
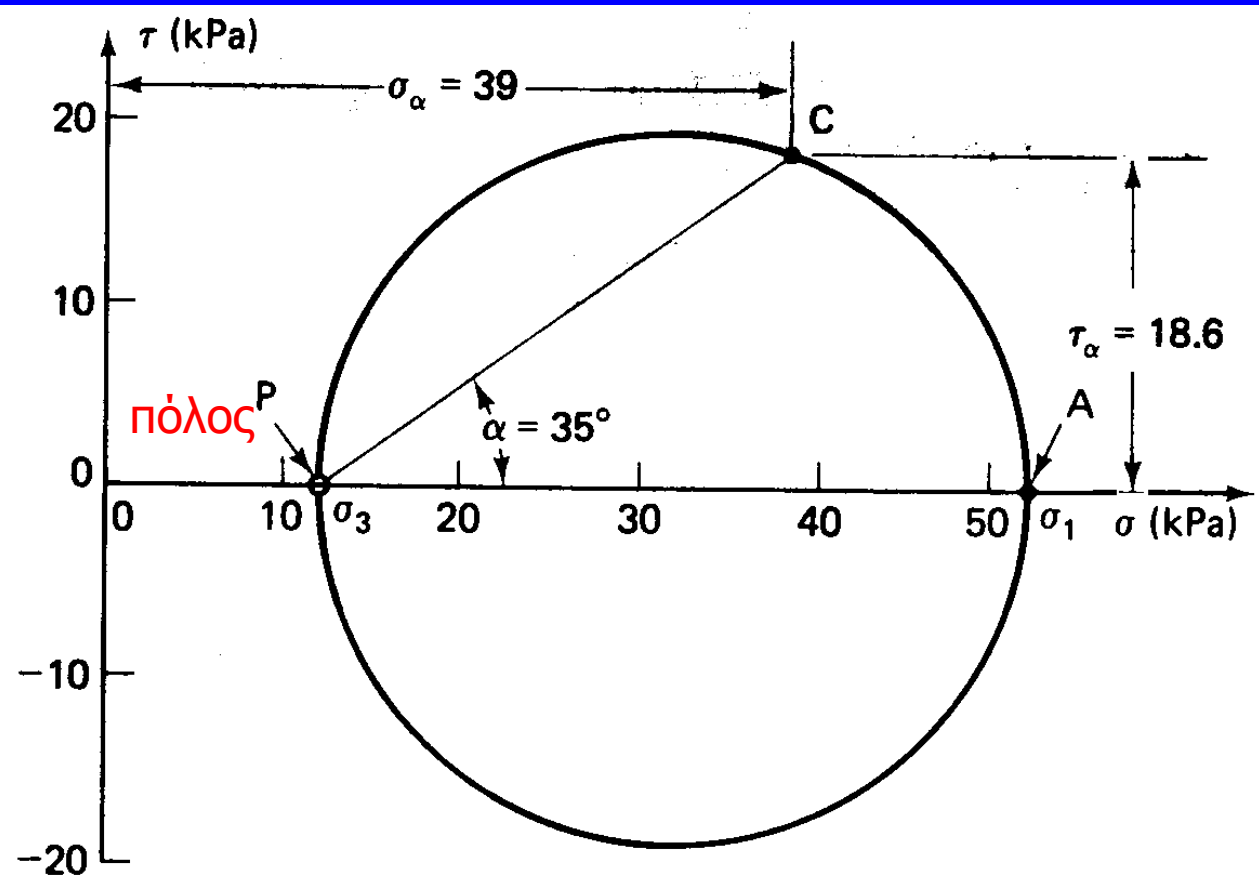
φυσικό πρανές

$$\sigma_1 = 70 \text{ kPa}$$

$$\sigma_3 = 15 \text{ kPa}$$

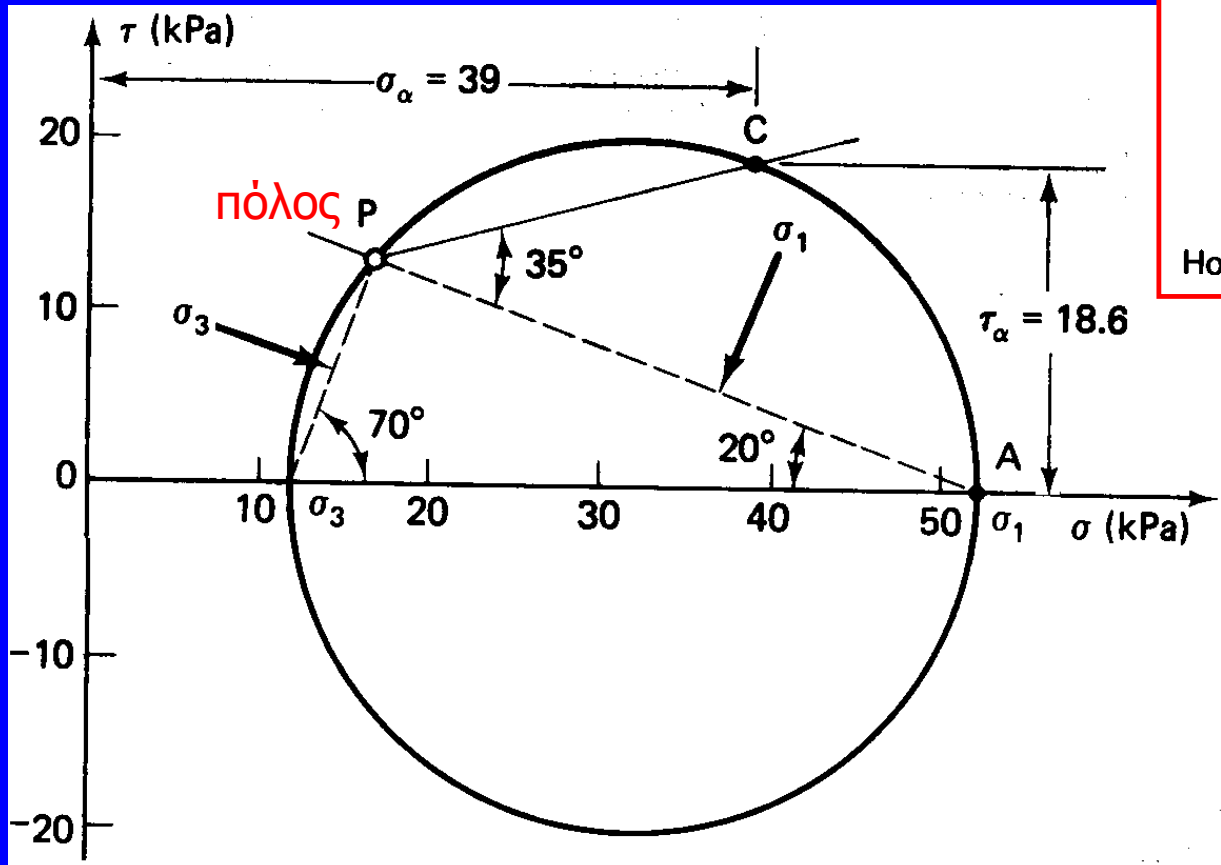
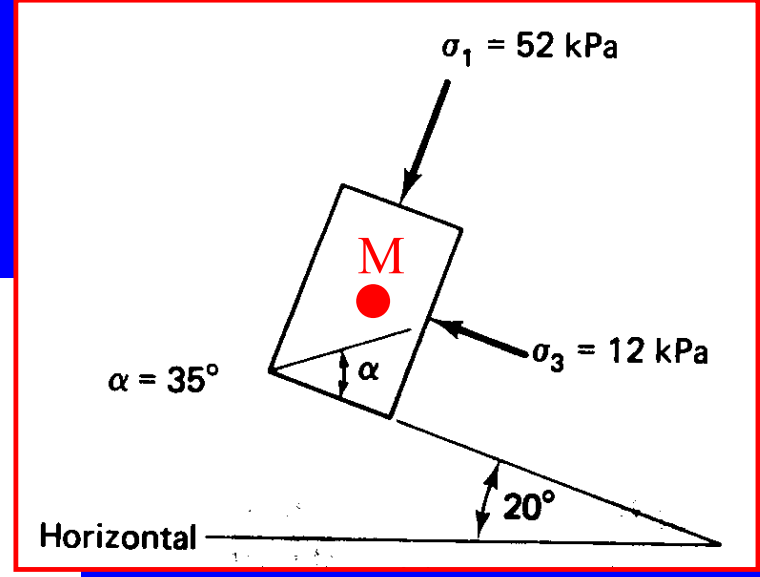
Εφαρμογή 3 : Στο σημείο M δίνονται οι τιμές των κυρίων τάσεων (52 kPa και 12 kPa) και οι διευθύνσεις των κυρίων επιπέδων (σ_1 και σ_3).

Να προσδιορισθούν οι τάσεις σε επίπεδο που σχηματίζει γωνία 35° ως προς την οριζόντια.



Εφαρμογή 4 : Στο σημείο M δίνονται οι τιμές των κυρίων τάσεων (52 kPa και 12 kPa) και οι διευθύνσεις των κυρίων επιπέδων (σ_1 και σ_3).

Να προσδιορισθούν οι τάσεις σε επίπεδο που σχηματίζει γωνία 35° ως προς το επίπεδο της σ_1 .



2. Τάσεις σε εδαφικά υλικά (ασυνεχή υλικά)

2.1. Τάσεις σε εδαφικά υλικά χωρίς νερό στους πόρους

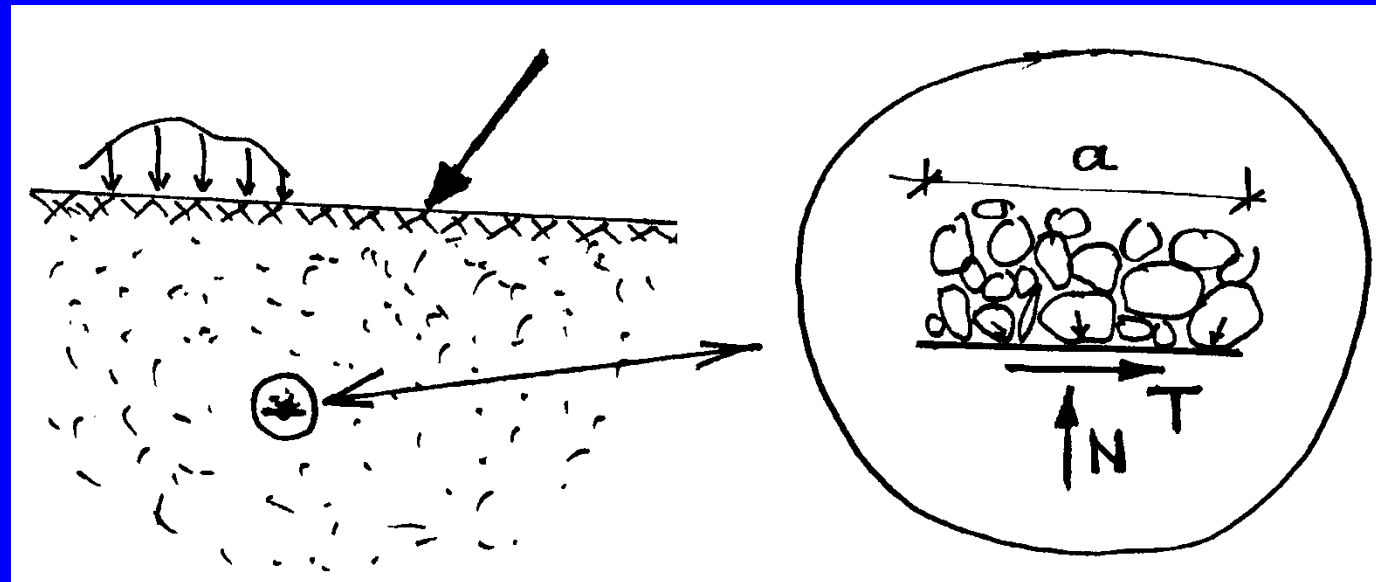
- Στο έδαφος, οι τάσεις μεταδίδονται με την μηχανική επαφή μεταξύ των κόκκων.
- Συνεπώς ο ορισμός της τάσης μέσω της έννοιας του ορίου της επιφάνειας $\Delta S \rightarrow 0$ δεν είναι μονοσήμαντος (δεν υπάρχει το όριο).
- Παρά ταύτα χρησιμοποιείται ο ίδιος ορισμός της τάσης θεωρώντας ότι η στοιχειώδης επιφάνεια $\Delta S = a$ είναι αρκετά μεγάλη ώστε να περιλαμβάνει αρκετούς εδαφικούς κόκκους.

N = συνισταμένη ορθή δύναμη στην επιφάνεια “ a ”

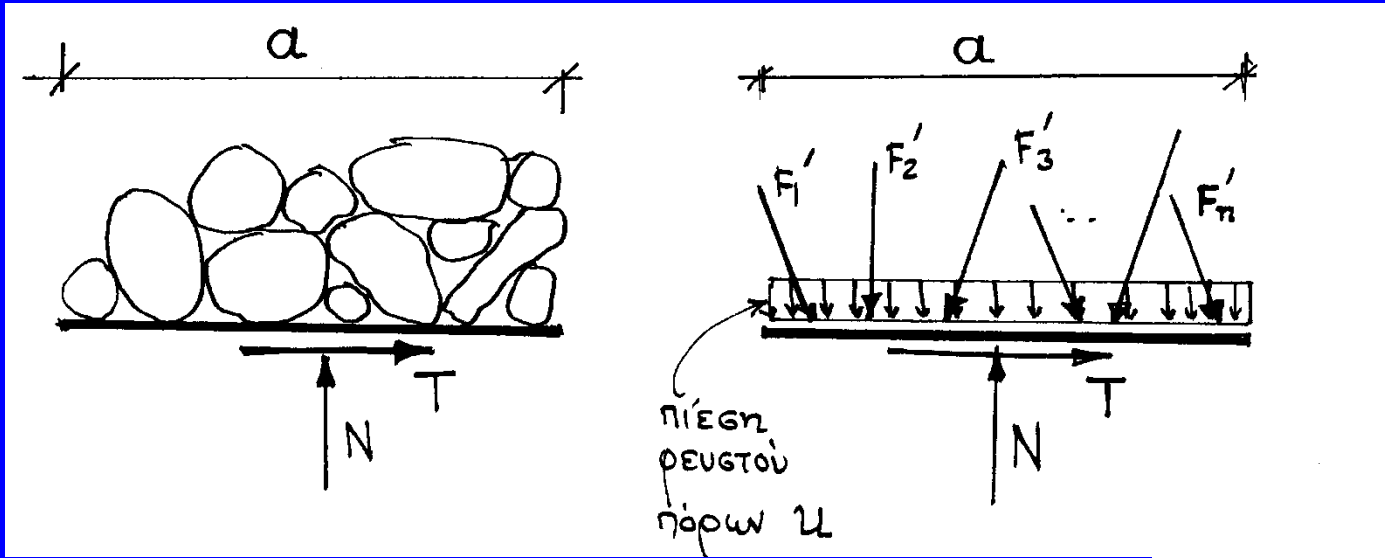
T = συνισταμένη διατμητική δύναμη στην επιφάνεια “ a ”

$$\sigma = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{N}{a^2}$$

$$\tau = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{T}{a^2}$$



2.2. Τάσεις σε εδαφικά υλικά με νερό στους πόρους



F'_i = δύναμη που ασκείται στην επαφή μεταξύ δύο κόκκων

Αναλύεται σε ορθή δύναμη (N'_i) και διατμητική δύναμη (T'_i)

Ορθή τάση :
$$\sigma = \lim \frac{N}{a^2} = \lim \frac{ua^2 + \sum N'_i}{a^2} = u + \lim \frac{\sum N'_i}{a^2} = u + \sigma'$$

δηλαδή :

$$\sigma = u + \sigma'$$

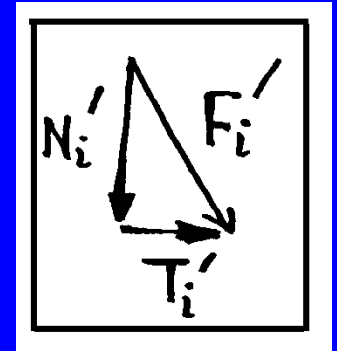
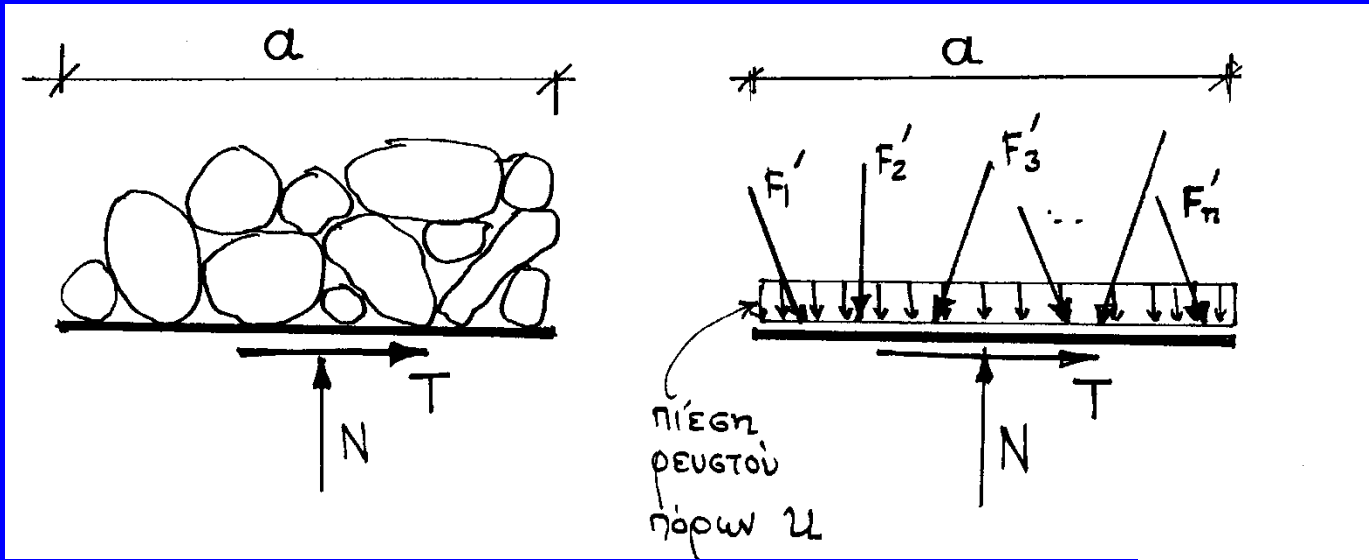
σ' = ενεργός ορθή τάση

u = πίεση πόρων

σ = ολική ορθή τάση

Η ενεργός τάση ΔΕΝ είναι η τάση στην επαφή μεταξύ των κόκκων

2.2. Τάσεις σε εδαφικά υλικά με νερό στους πόρους



F'_i = δύναμη που ασκείται στην επαφή μεταξύ δύο κόκκων

Αναλύεται σε ορθή δύναμη (N'_i) και διατμητική δύναμη (T'_i)

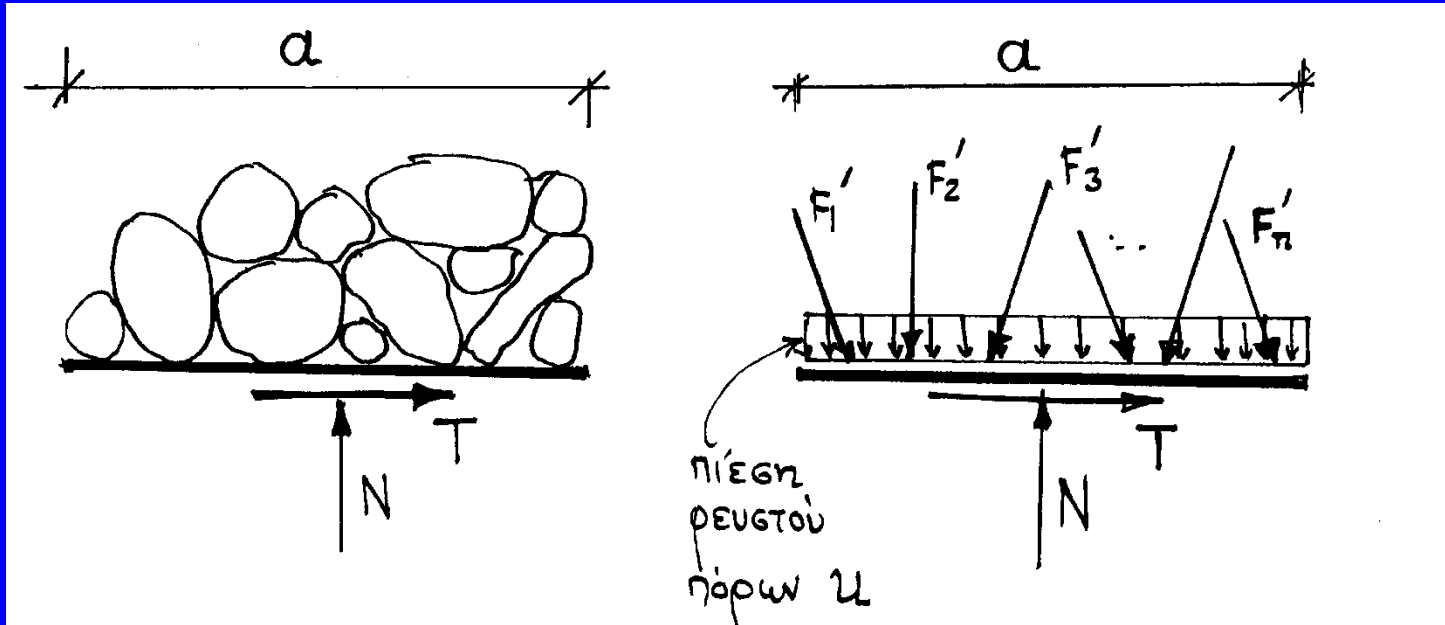
Διατμητική τάση :
$$\tau = \lim \frac{T}{a^2} = \lim \frac{\sum T'_i}{a^2} = \tau'$$

δηλαδή :
$$\tau = \tau'$$

τ' = ενεργός διατμητική τάση
 τ = ολική διατμητική τάση

Διατμητικές τάσεις μεταφέρονται μόνον στις επαφές μεταξύ των κόκκων. Το νερό δεν αναλαμβάνει διατμητικές τάσεις

2.2. Τάσεις σε εδαφικά υλικά με νερό στους πόρους (σύνοψη)



F'_i = δύναμη που ασκείται στην επαφή μεταξύ δύο κόκκων

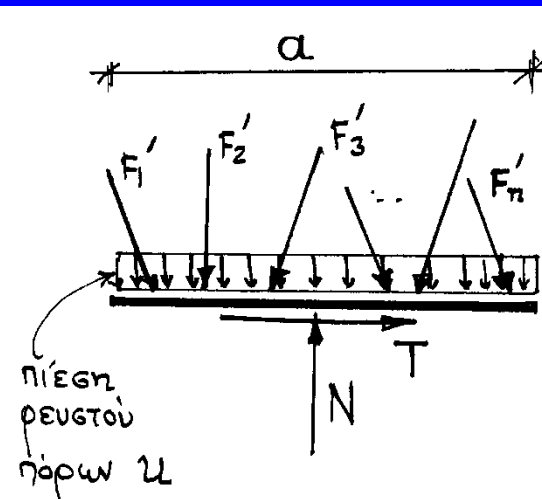
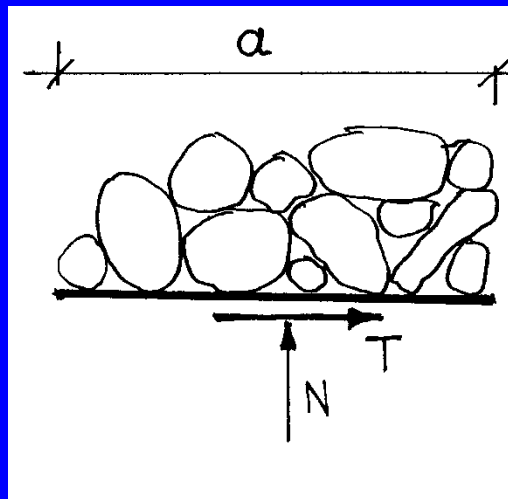
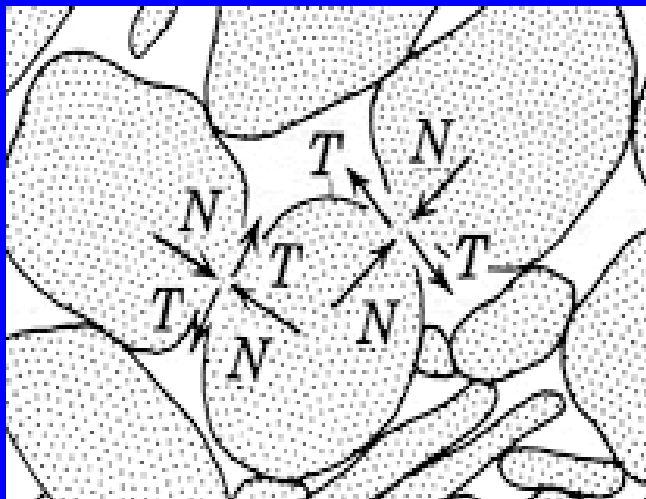
Αναλύεται σε ορθή δύναμη (N'_i) και διατμητική δύναμη (T'_i)

Ενεργός ορθή τάση : $\sigma' \equiv \lim \frac{\sum N'_i}{a^2}$

Ενεργός διατμητική τάση : $\tau' \equiv \lim \frac{\sum T'_i}{a^2}$

Δράσεις μεταξύ
των κόκκων

2.2. Τάσεις σε εδαφικά υλικά με νερό στους πόρους (σύνοψη)



$$\sigma = u + \sigma' \Rightarrow \boxed{\sigma' = \sigma - u}$$

$$\tau = \tau'$$

σ' = ενεργός ορθή τάση

u = πίεση πόρων

σ = ολική ορθή τάση

τ' = ενεργός διατμητική τάση

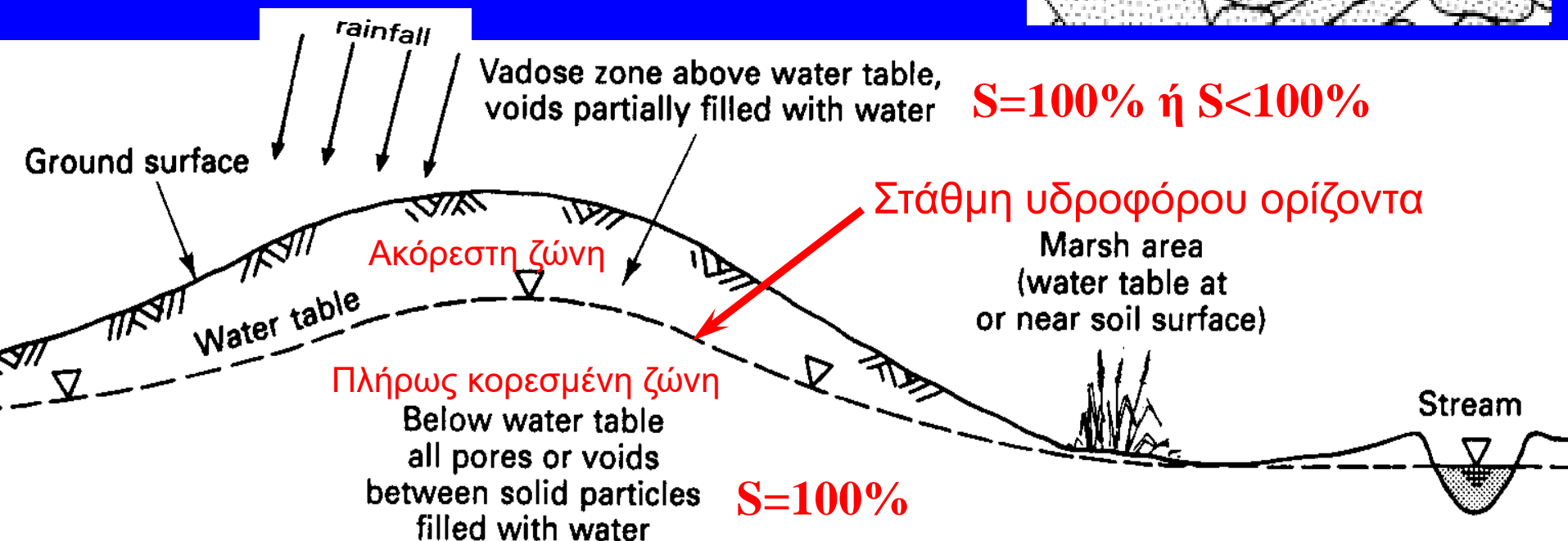
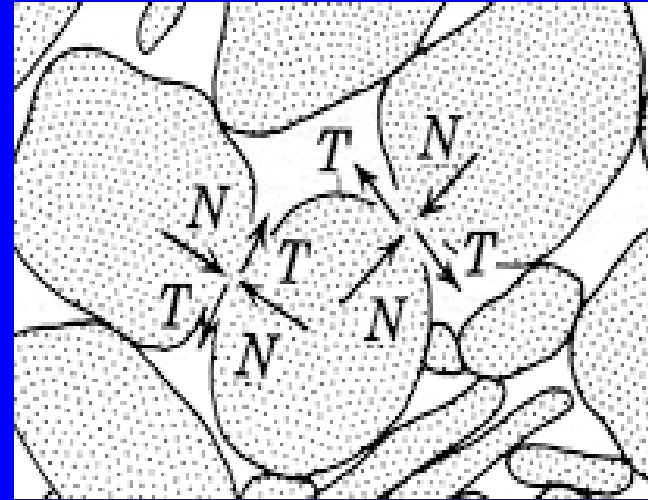
τ = ολική διατμητική τάση

- Όσο αυξάνει η πίεση πόρων (u), μειώνεται η ενεργός τάση (σ')
- Εάν η πίεση πόρων αυξηθεί τόσο ώστε $\sigma' = 0$, οι ορθές δυνάμεις μεταξύ των κόκκων είναι μηδέν. Τότε η τριβή είναι μηδέν, δηλαδή η αντοχή του υλικού μηδενίζεται (το έδαφος συμπεριφέρεται σαν υγρό)
- Γενικότερα, όσο μειώνεται η σ' , τόσο μειώνεται η αντοχή του υλικού

Ανάπτυξη υδατικών πιέσεων στο έδαφος

Η κατεισδύουσα βροχόπτωση συγκρατείται στους εδαφικούς πόρους. Έτσι δημιουργούνται :

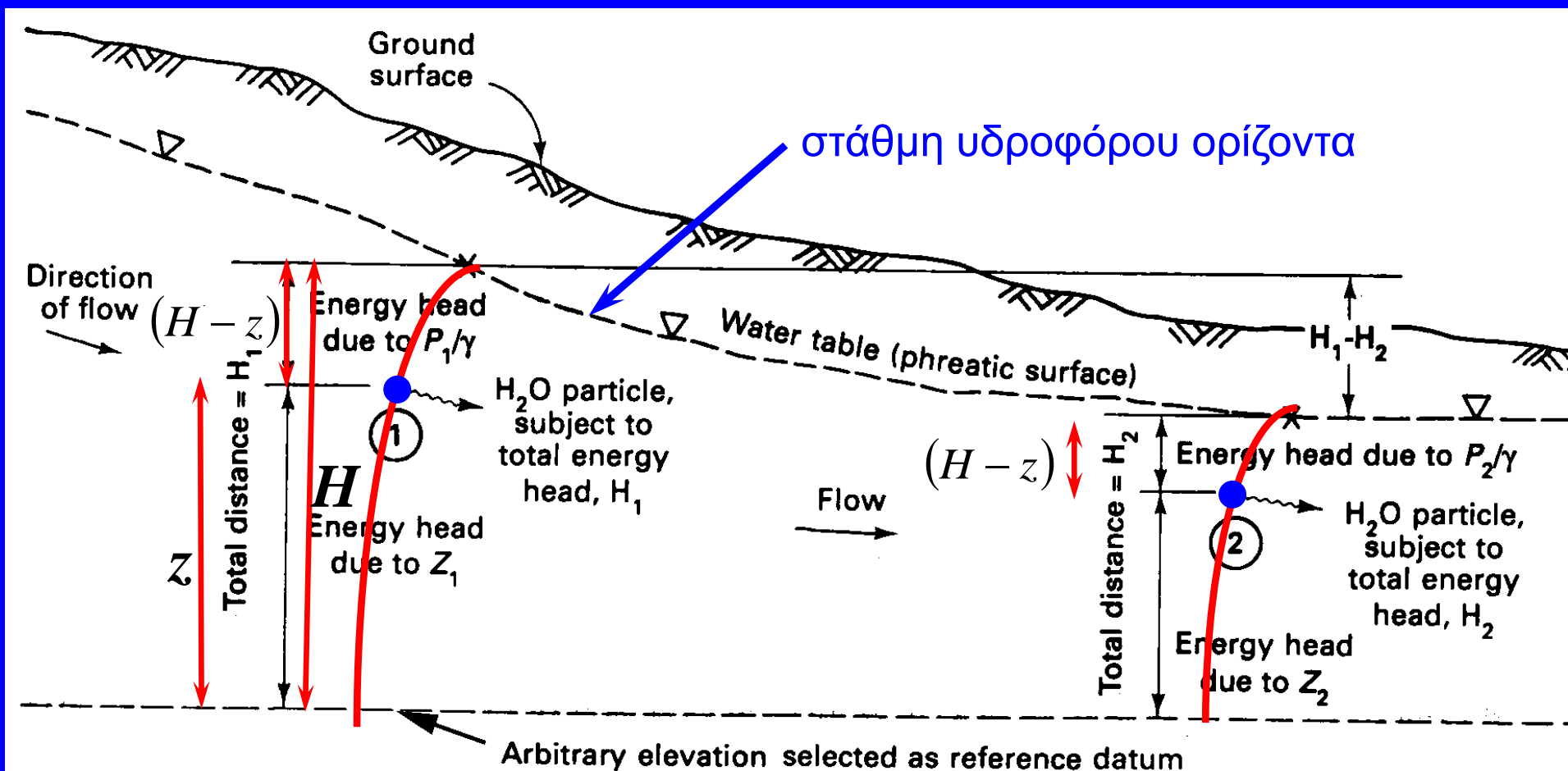
- Πλήρως κορεσμένη ζώνη κάτω από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα. Η υδατική πίεση στη ζώνη αυτή είναι θετική.
- Ακόρεστη ζώνη πάνω από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα (σε περίπτωση έντονης τριχοειδούς ανύψωσης, η ζώνη αυτή μπορεί να είναι κορεσμένη). Η υδατική πίεση στη ζώνη αυτή είναι αρνητική λόγω της τριχοειδούς ανύψωσης.



Δημιουργία υδροφόρου ορίζοντα στο έδαφος

Πιεζομετρική στάθμη (ολική ενέργεια): $H = z + \frac{u}{\gamma_w}$

Υδατική πίεση πόρων: $u = (H - z)\gamma_w$

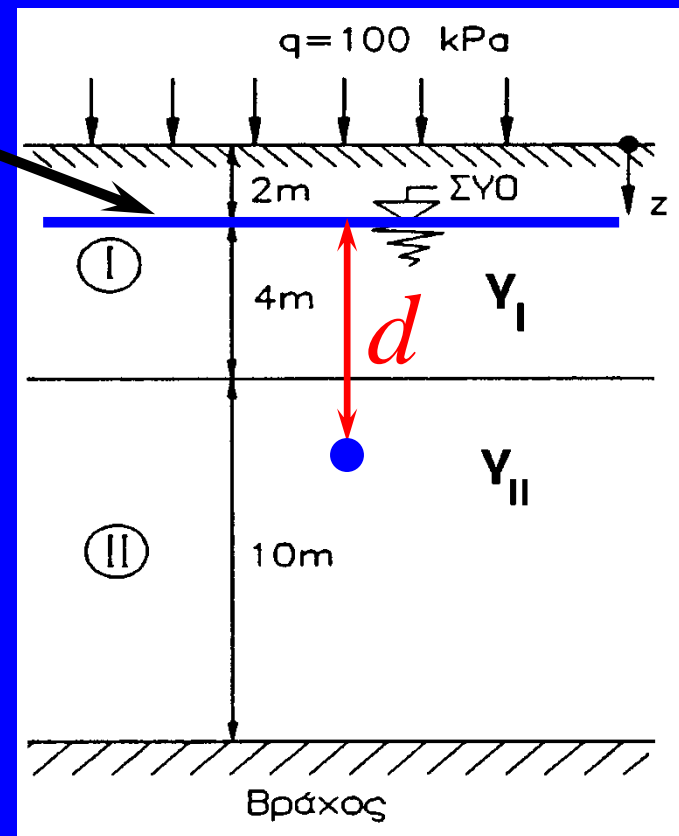
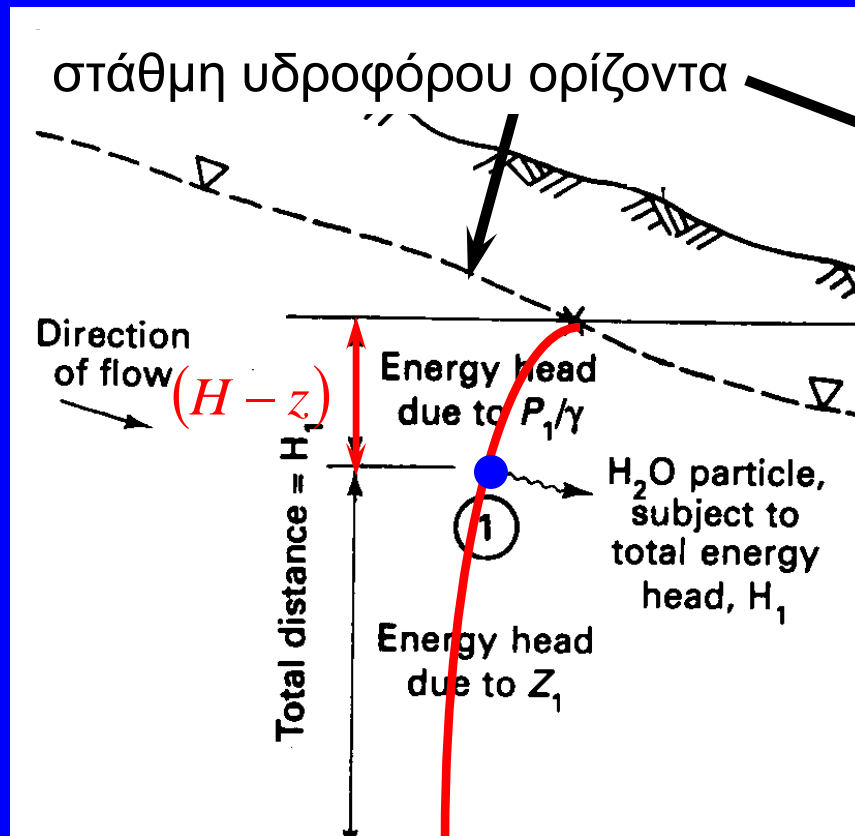


Δημιουργία υδροφόρου ορίζοντα στο έδαφος

- Όταν το νερό δεν κινείται, η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα είναι οριζόντια

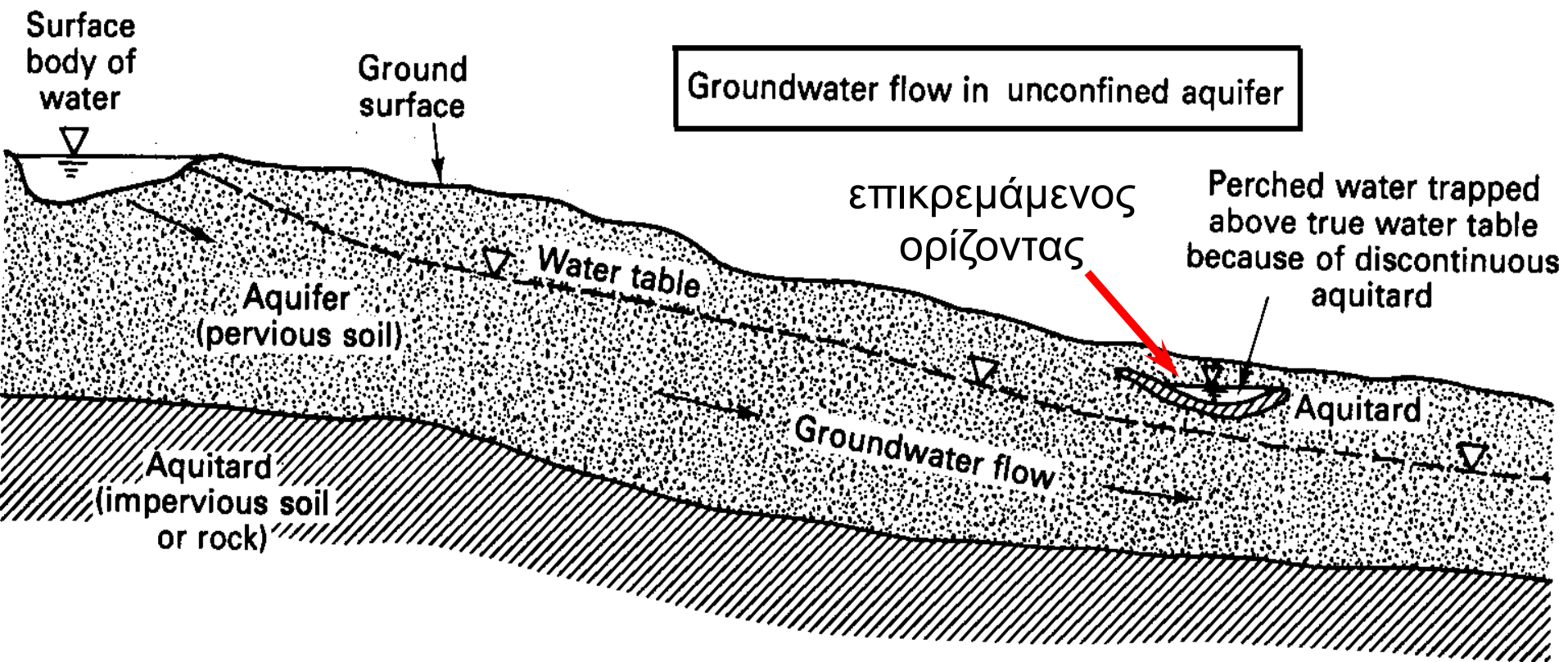
Τότε, η υδατική πίεση πόρων υπολογίζεται από τη σχέση :

$$u = (H - z) \gamma_w = d \gamma_w$$



Δημιουργία υδροφόρου ορίζοντα στο έδαφος

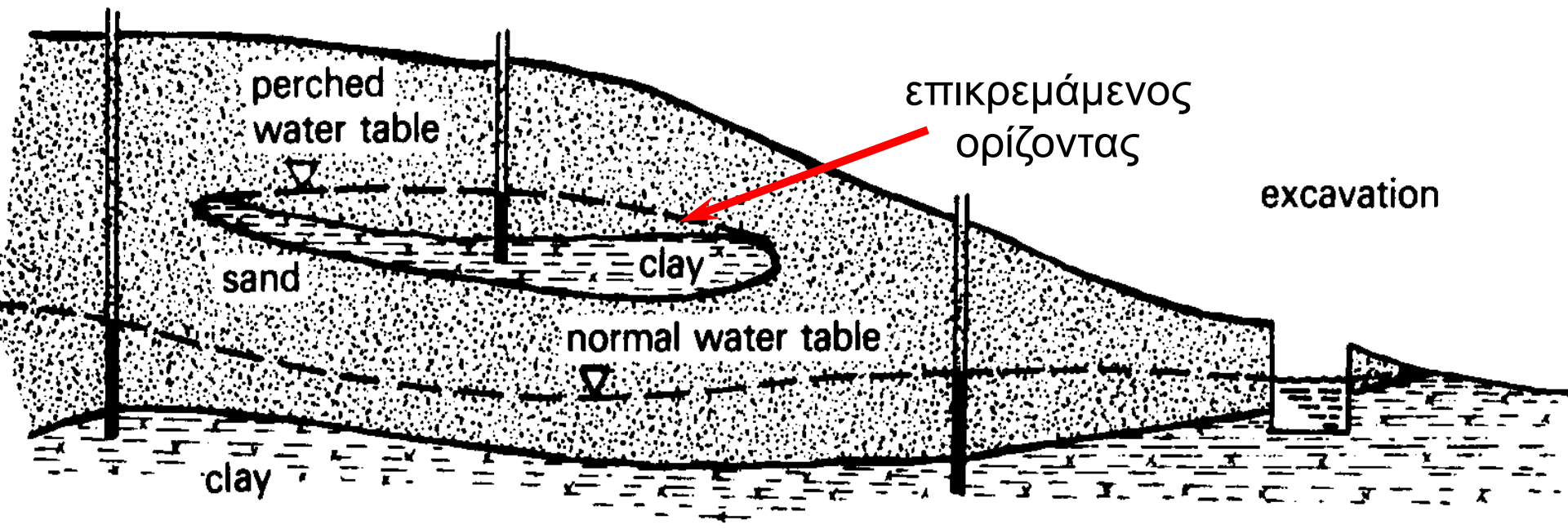
1. Υδροφόρος ορίζοντας με ελεύθερη επιφάνεια



- Όταν το νερό δεν κινείται, η πιεζομετρική γραμμή είναι οριζόντια

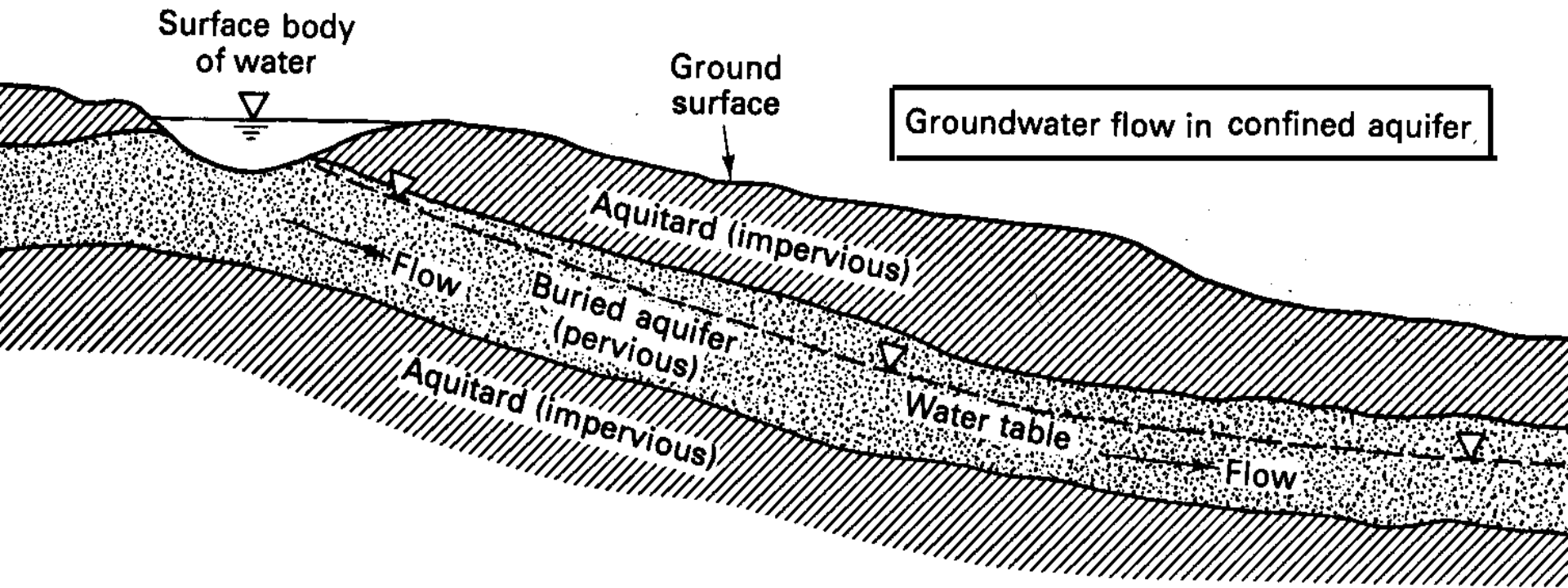
Δημιουργία υδροφόρου ορίζοντα στο έδαφος

1. Υδροφόρος ορίζοντας με ελεύθερη επιφάνεια
Λεπτομέρεια δημιουργίας επικρεμάμενου ορίζοντα



Δημιουργία υδροφόρου ορίζοντα στο έδαφος

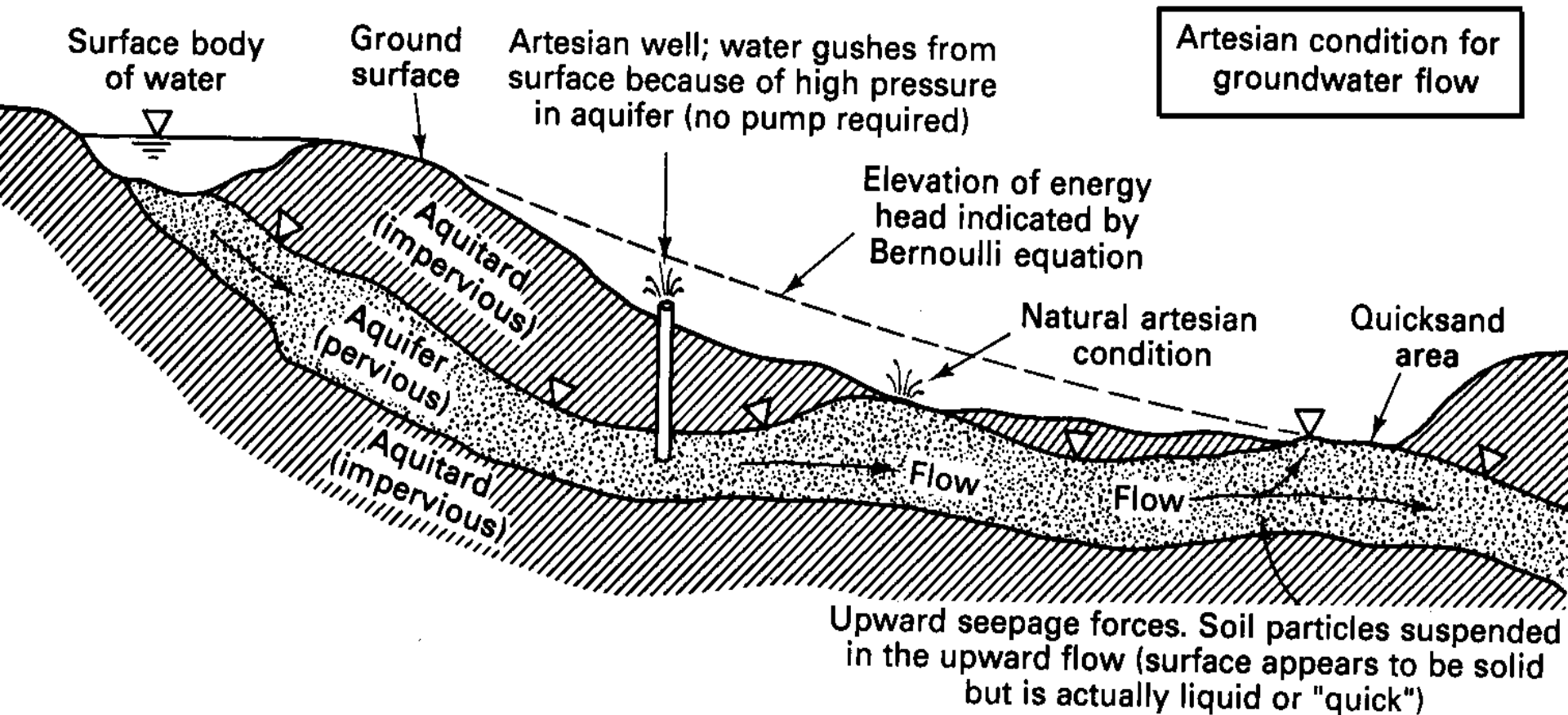
2. Υδροφόρος ορίζοντας με ελεύθερη επιφάνεια σε εγκιβωτισμένο υδροφορέα



- Όταν το νερό δεν κινείται, η πιεζομετρική γραμμή είναι οριζόντια

Δημιουργία υδροφόρου ορίζοντα στο έδαφος

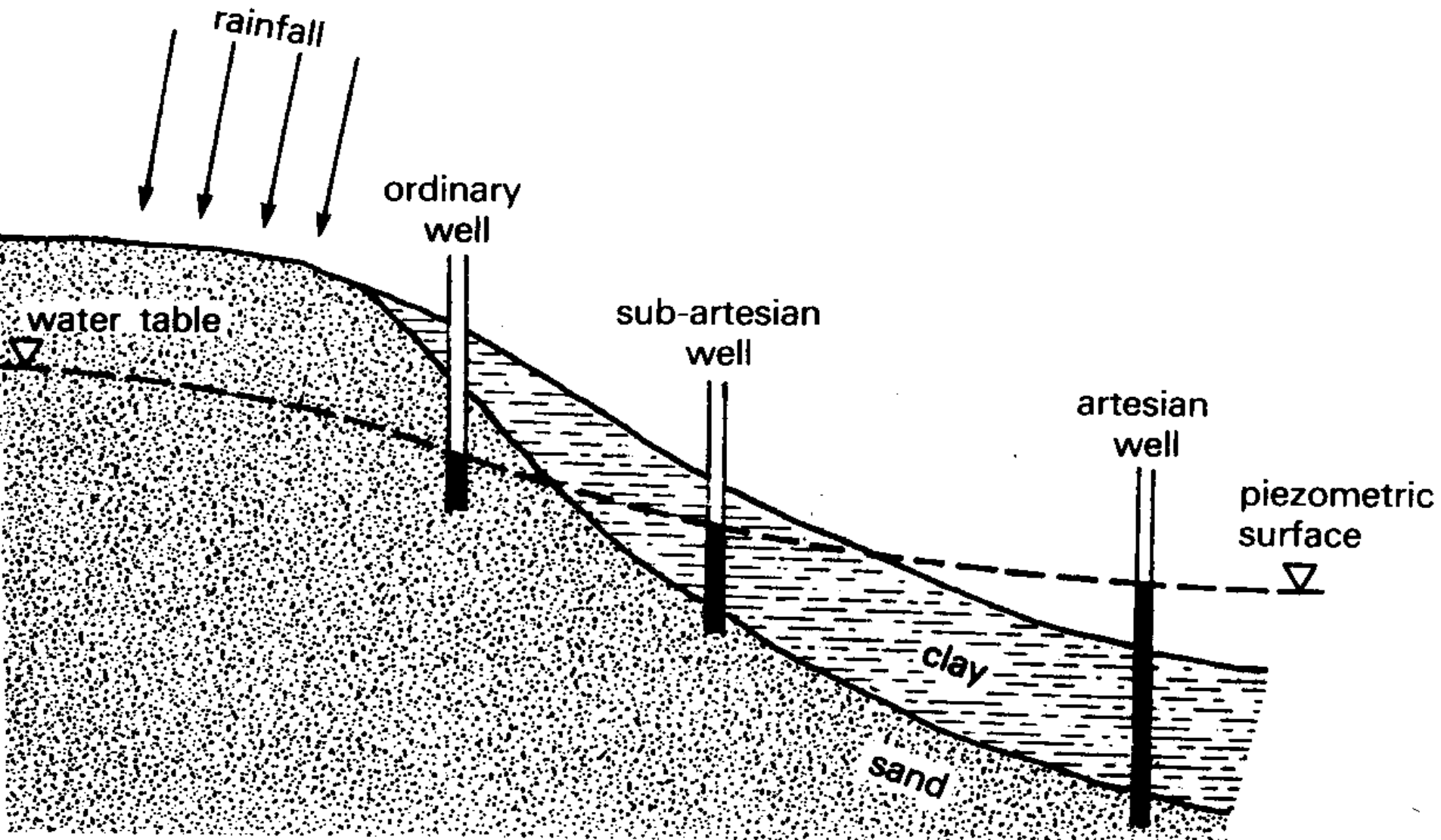
3. Υδροφόρος ορίζοντας υπό πίεση σε εγκιβωτισμένο υδροφορέα



- Όταν το νερό δεν κινείται, η πιεζομετρική γραμμή είναι οριζόντια

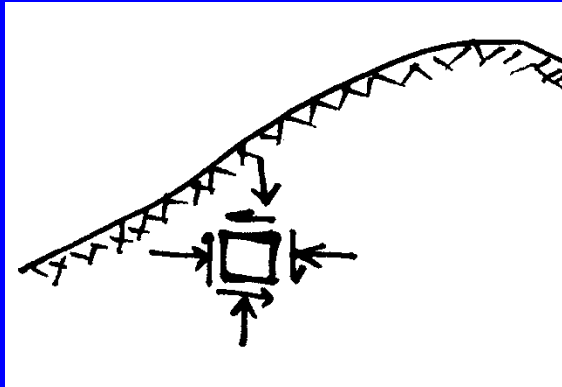
Δημιουργία υδροφόρου ορίζοντα στο έδαφος

3. Υδροφόρος ορίζοντας υπό πίεση σε εγκλιβωτισμένο υδροφόρα



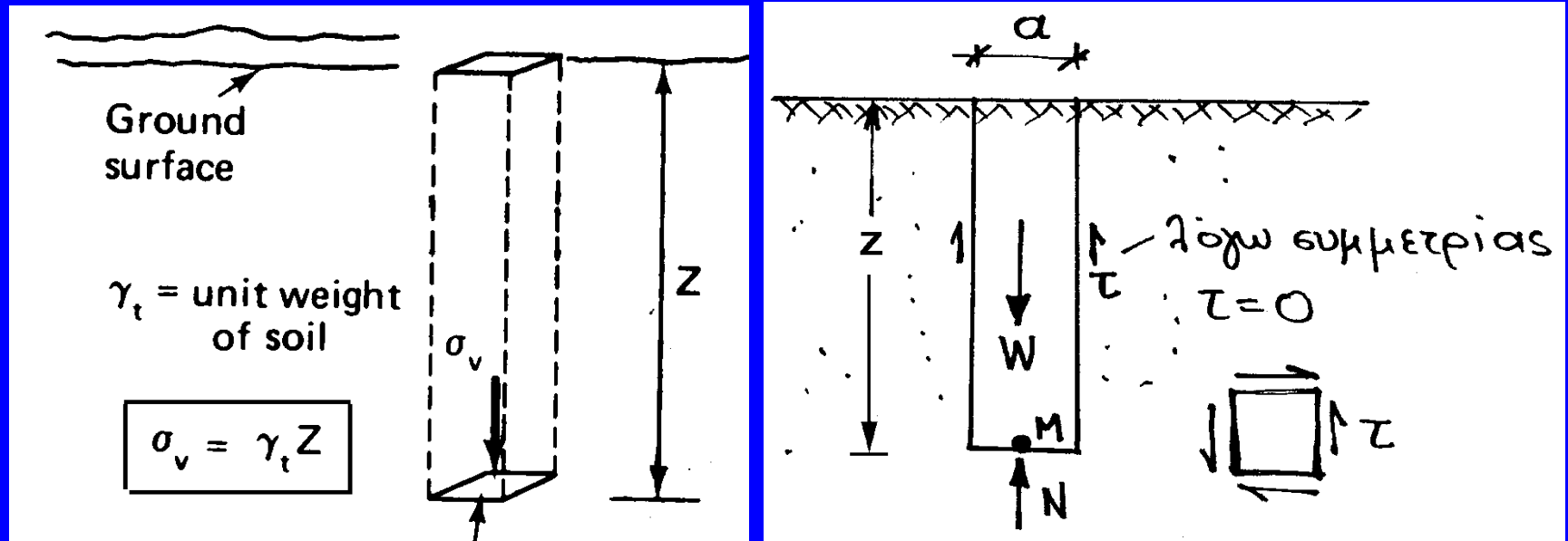
ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ ΛΟΓΩ ΤΟΥ ΙΔΙΟΥ ΒΑΡΟΥΣ

(Γεωστατικές τάσεις)



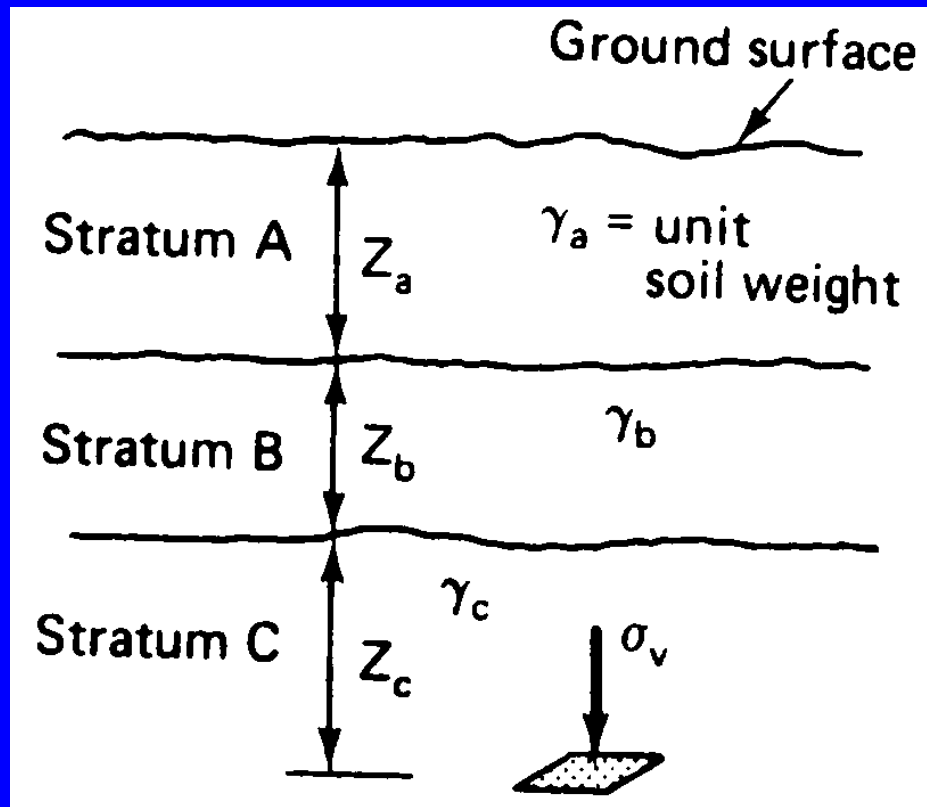
Σε τυχούσα γεωμετρία εδάφους, είναι δύσκολο να υπολογισθούν οι τάσεις λόγω του ίδιου βάρους

Ειδική (αλλά συνήθης) περίπτωση οριζώντιου εδάφους :



$$N = W = \gamma V = \gamma z a^2 \quad \sigma_v = \frac{N}{a^2} = \frac{\gamma z a^2}{a^2} \Rightarrow \boxed{\sigma_v = \gamma z}$$

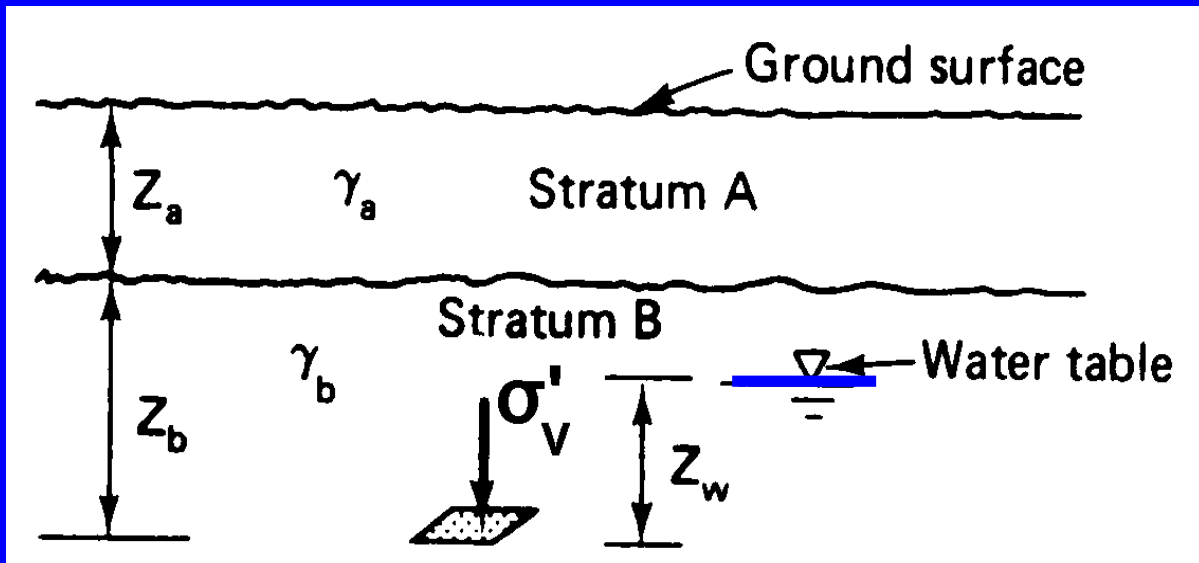
ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ ΛΟΓΩ ΤΟΥ ΙΔΙΟΥ ΒΑΡΟΥΣ (Γεωστατικές τάσεις)



Περίπτωση οριζόντιου
εδάφους με πολλαπλές
εδαφικές στρώσεις :

$$\sigma_v = \gamma_a Z_a + \gamma_b Z_b + \gamma_c Z_c$$

Γεωστατικές τάσεις σε περίπτωση εδάφους με υδροφόρο ορίζοντα



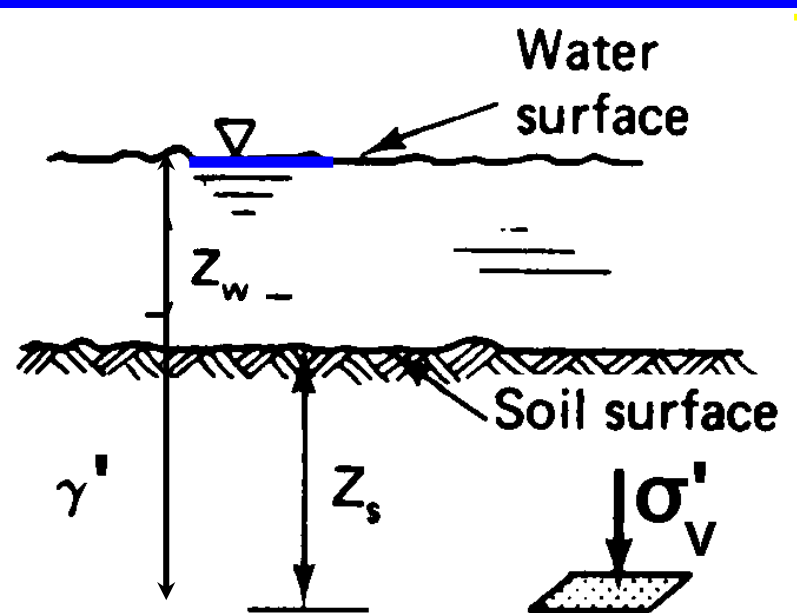
$$\sigma_v = \gamma_a z_a + \gamma_b z_b$$

$$u = \gamma_w z_w$$

Ειδικό βάρος του εδάφους υπό άνωση :

$$\gamma'_b = \gamma_b - \gamma_w$$

$$\sigma'_v = \gamma_a z_a + \gamma_b (z_b - z_w) + \gamma'_b z_w$$



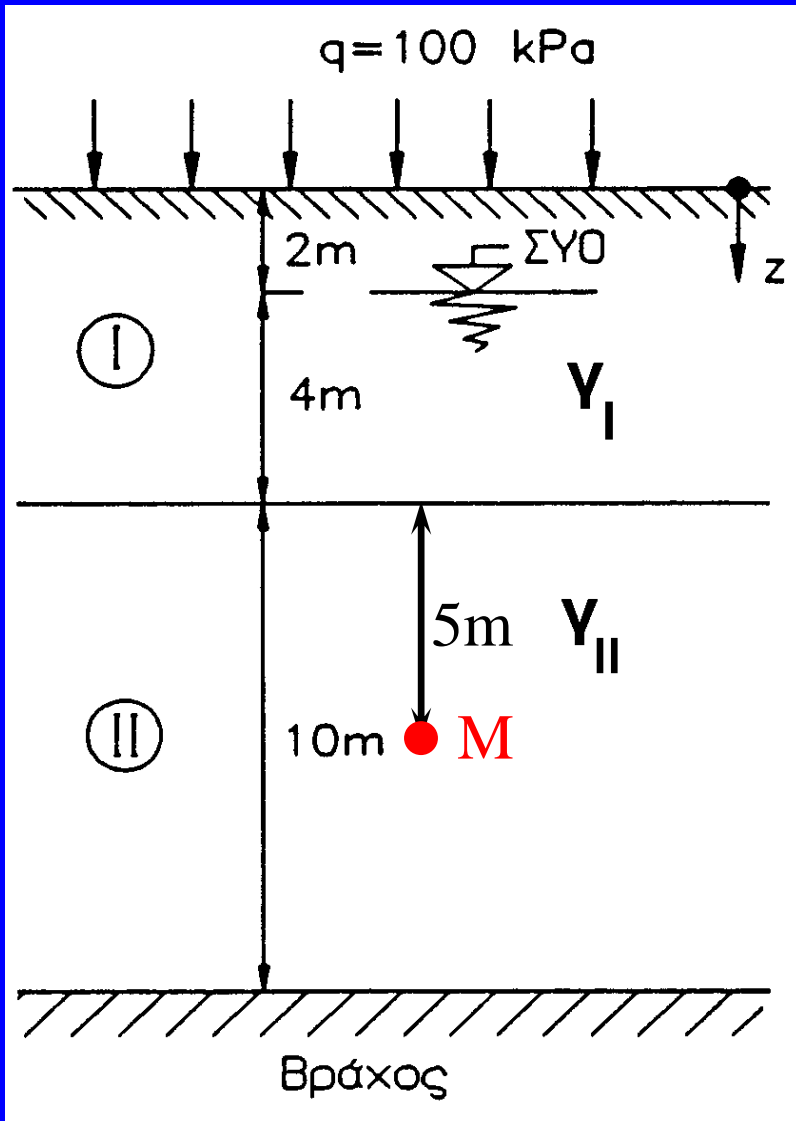
$$\sigma_v = \gamma_w (z_w - z_s) + \gamma z_s$$

$$u = \gamma_w z_w$$

$$\gamma' = \gamma - \gamma_w$$

$$\sigma'_v = \gamma' z_s$$

Γεωστατικές τάσεις - Παράδειγμα εφαρμογής



Έδαφος I : $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$

Έδαφος II : $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$

Γεωστατικές τάσεις στο σημείο M :

$$\sigma_v = 2 \cdot 18 + 4 \cdot 18 + 5 \cdot 20 = 208 \text{ kPa}$$

$$u = 9 \cdot 10 = 90 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_v = 2 \cdot 18 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 10 = 118 \text{ kPa}$$

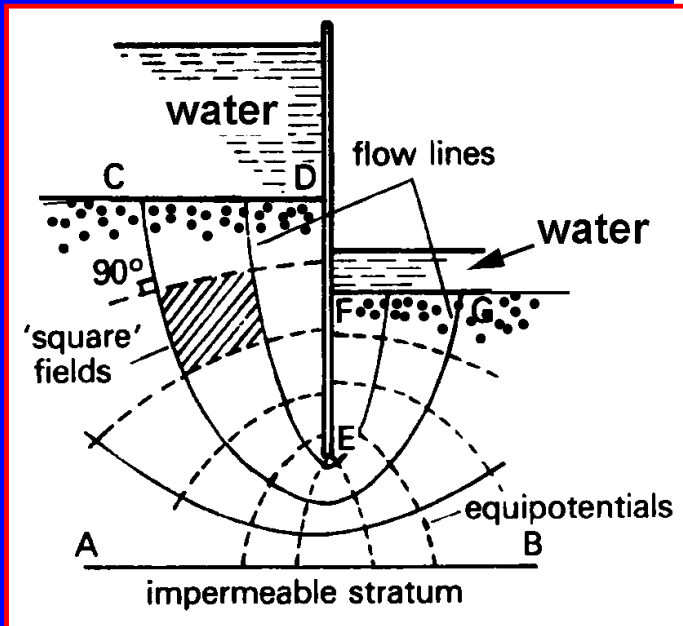
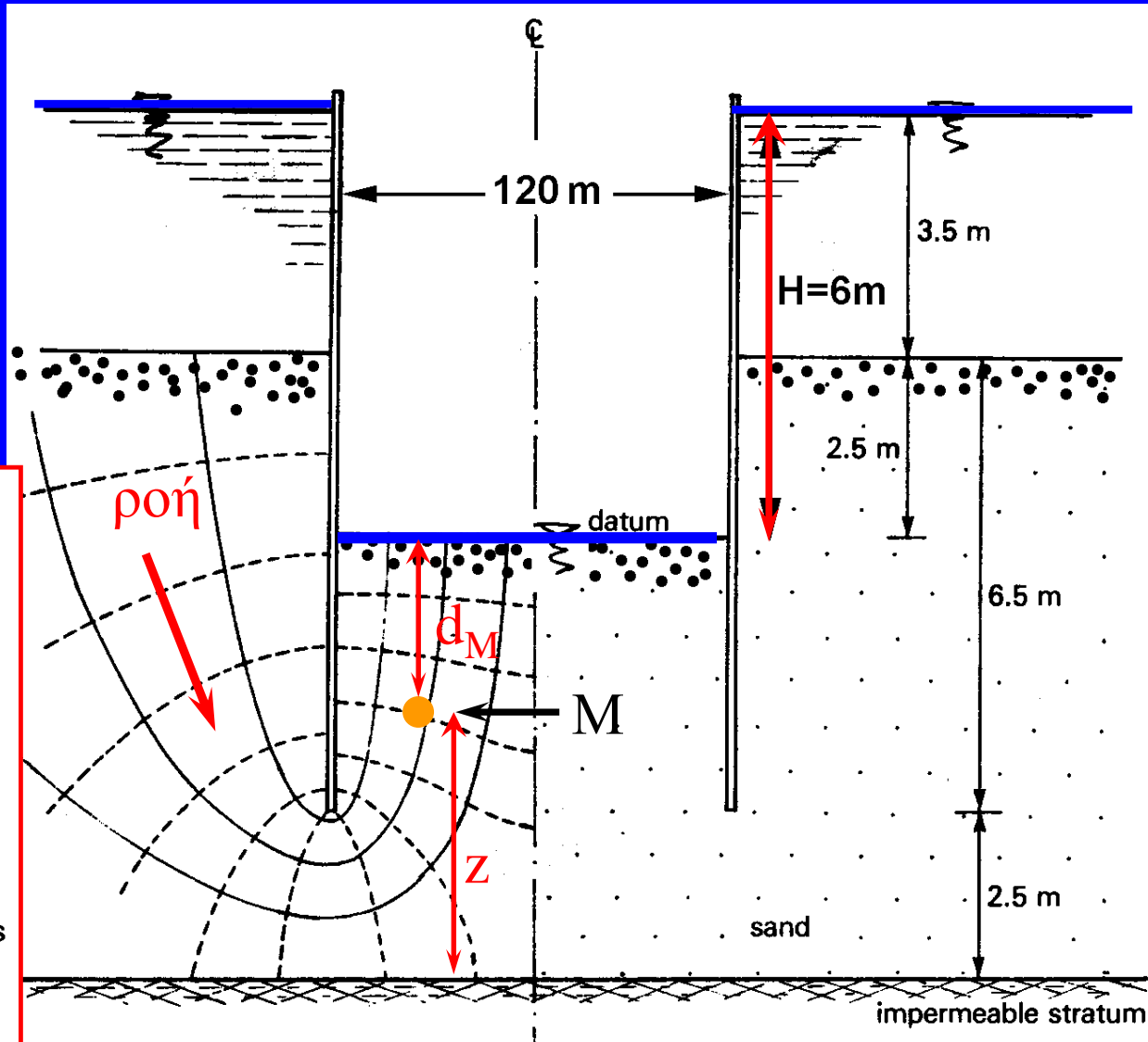
Υπολογισμός της υδατικής πίεσης - Παράδειγμα εφαρμογής

Υπολογισμός της υδατικής πίεσης (u) στο σημείο M

$$H_M = \frac{3}{13} \times 6m = 1.39m$$

$$u_M = (d_M + H_M) \gamma_w$$

$$H = z + \frac{u}{\gamma_w}$$



Υπολογισμός της υδατικής πίεσης - Παράδειγμα εφαρμογής

Υπολογισμός της υδατικής πίεσης στο σημείο M

$$H_M = \frac{3}{13} \times 6m = 1.39m$$

$$u_M = (d_M + H_M) \gamma_w$$

Άρα :

$$u_M = (2.5 + 1.39) \times 10 = 38.9 \text{ kPa}$$

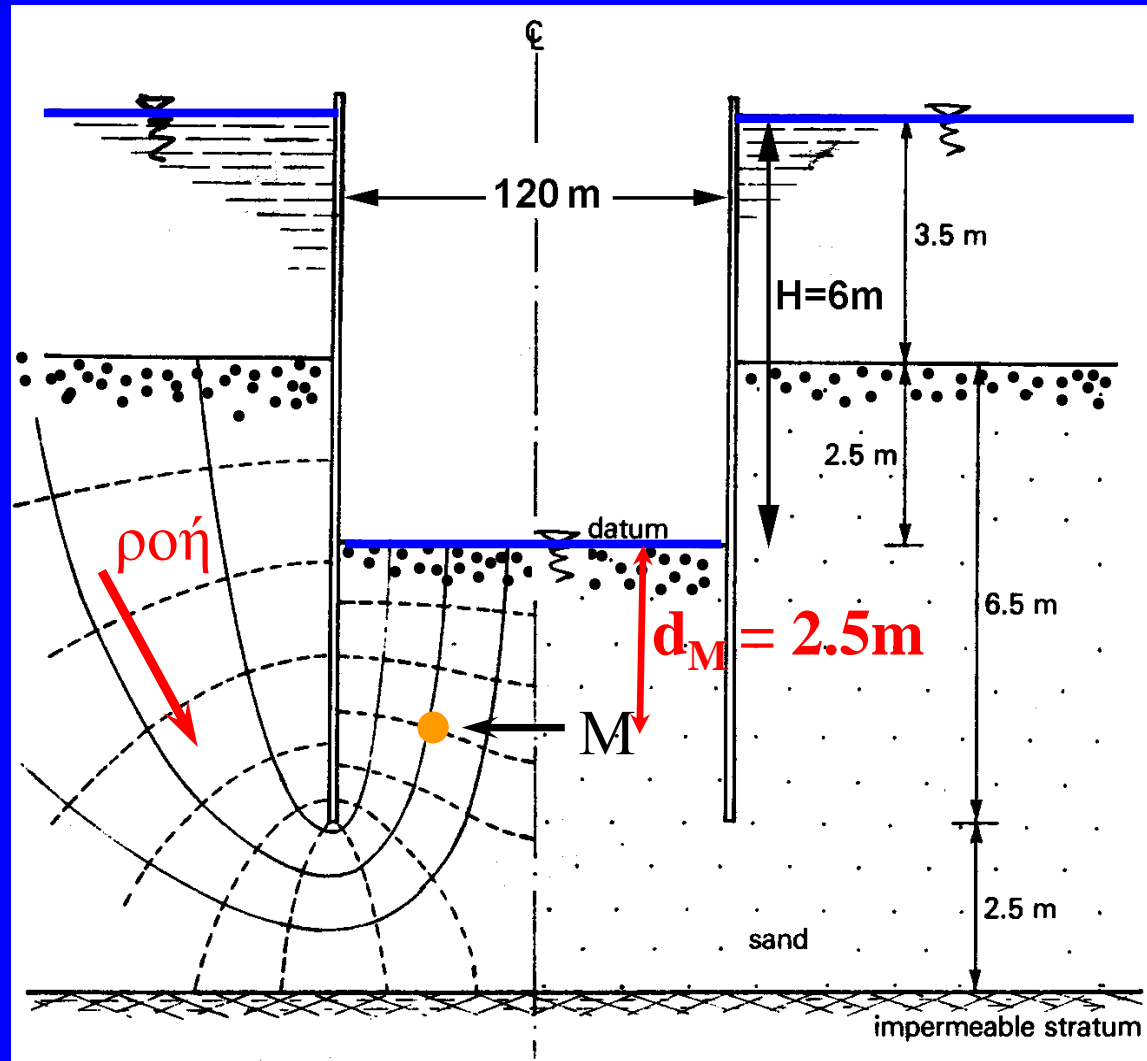
$$\sigma_v = 2.5 \times 20 = 50 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = 50 - 38.9 = 11.1 \text{ kPa}$$

Αν δεν υπήρχε ροή :

$$u_M = 2.5 \times 10 = 25 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_v = 2.5 \times (20 - 10) = 25 \text{ kPa}$$

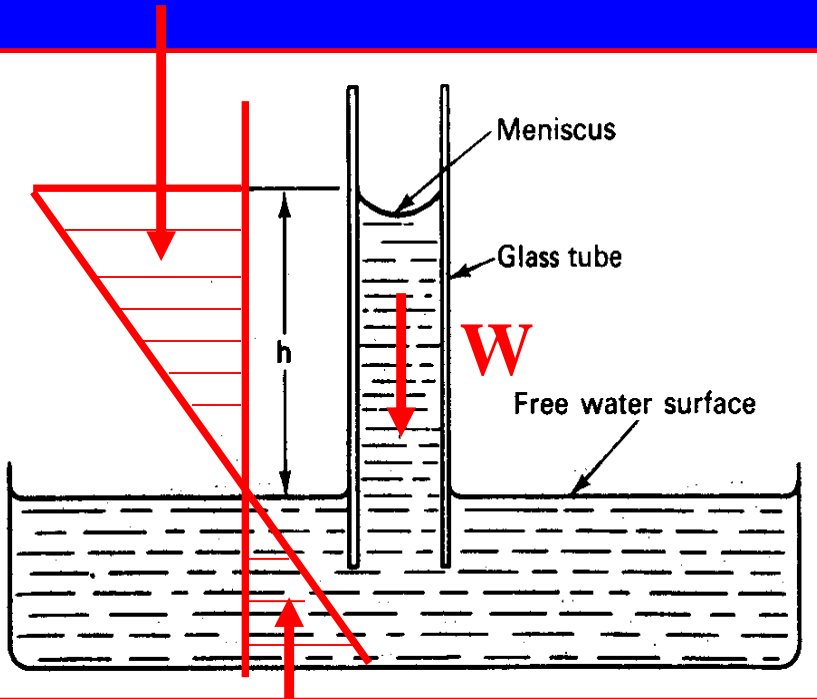


Τριχοειδής ανύψωση στα εδαφικά υλικά

Αναλογία με την τριχοειδή ανύψωση σε λεπτό σωλήνα :

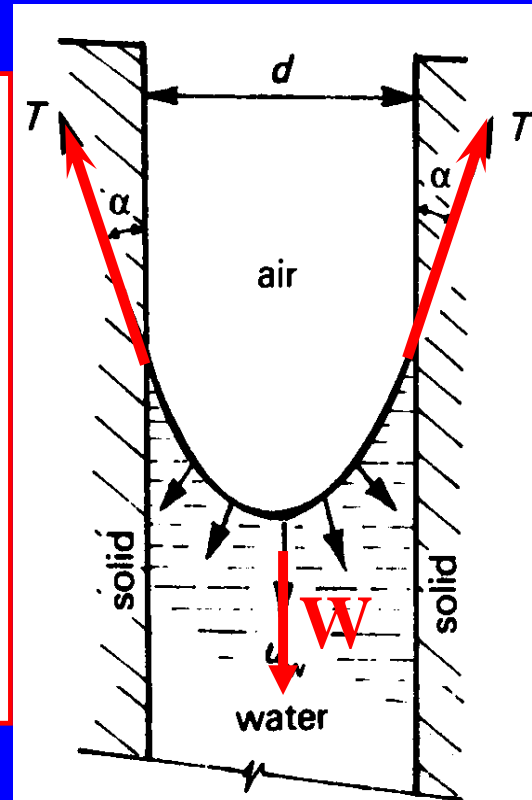
Λόγω συνάφειας του νερού με το υλικό του σωλήνα, η δύναμη T υπερβαίνει το βάρος του νερού και το ανυψώνει έως ότου: $2T\cos\alpha=W$

αρνητική
υδατική πίεση



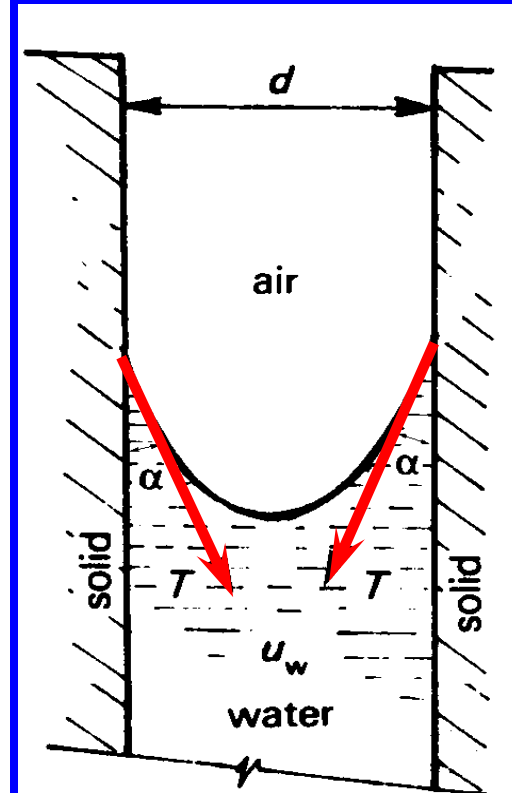
θετική υδατική πίεση

Δυνάμεις στο
νερό



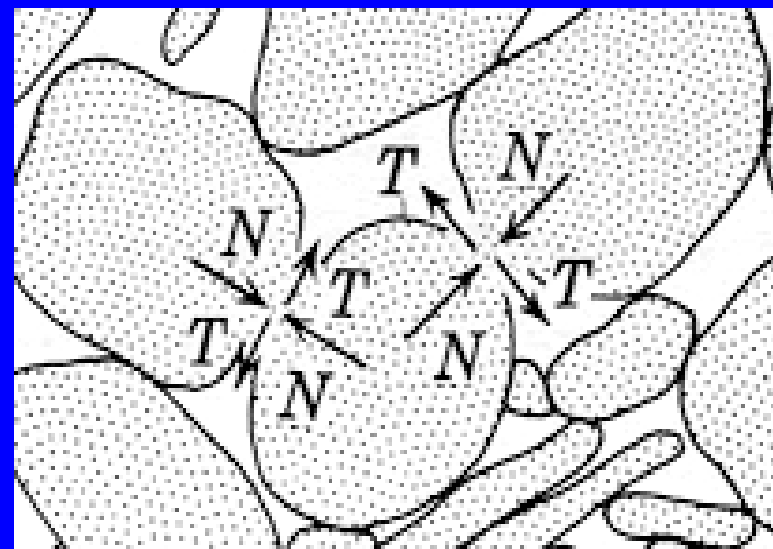
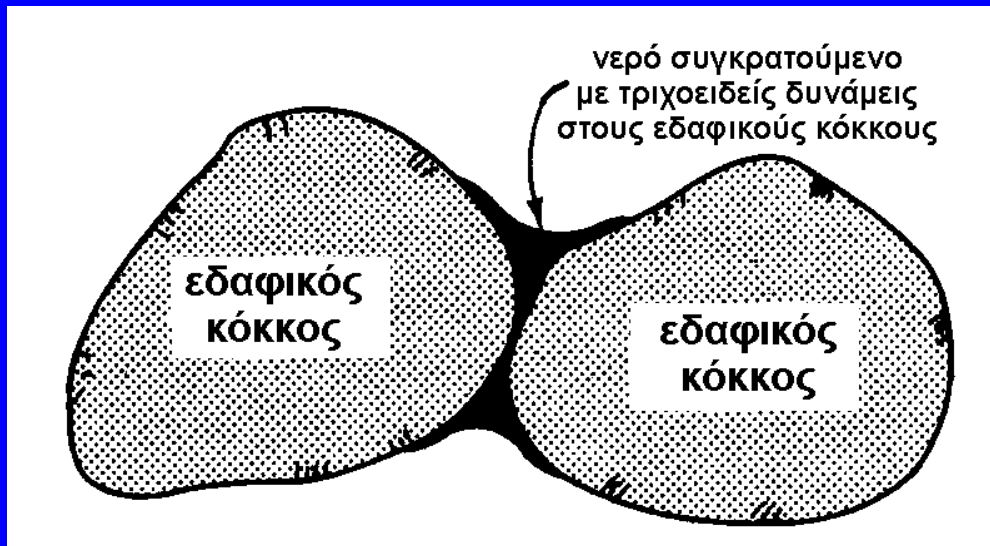
forces on water

Δυνάμεις στον
σωλήνα

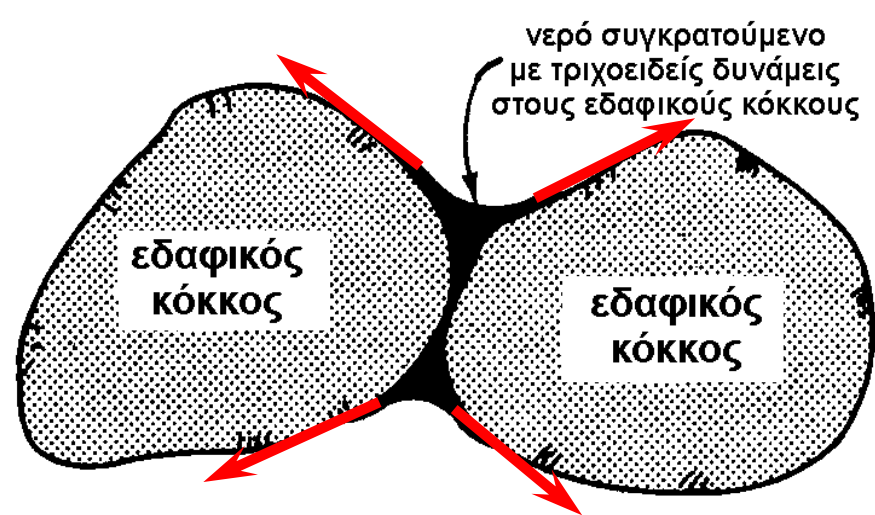


forces on solid

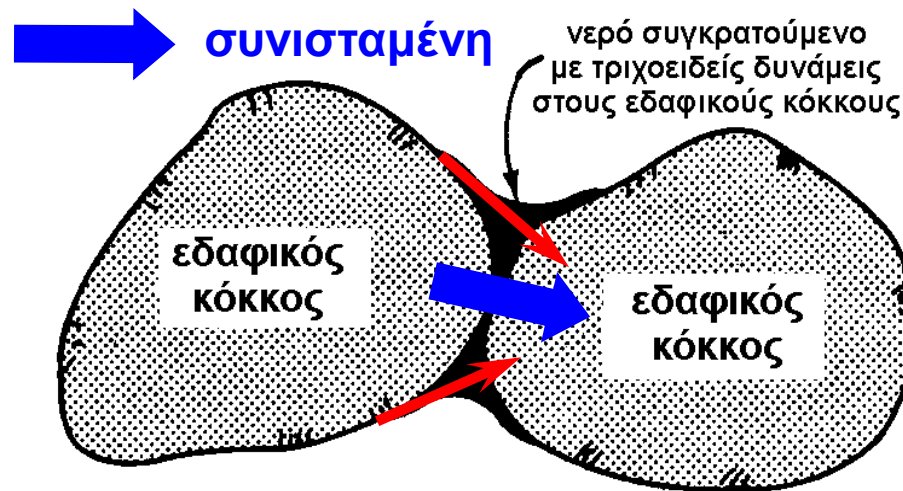
Ανάπτυξη τριχοειδών δυνάμεων μεταξύ των εδαφικών κόκκων



Τριχοειδείς δυνάμεις στο νερό

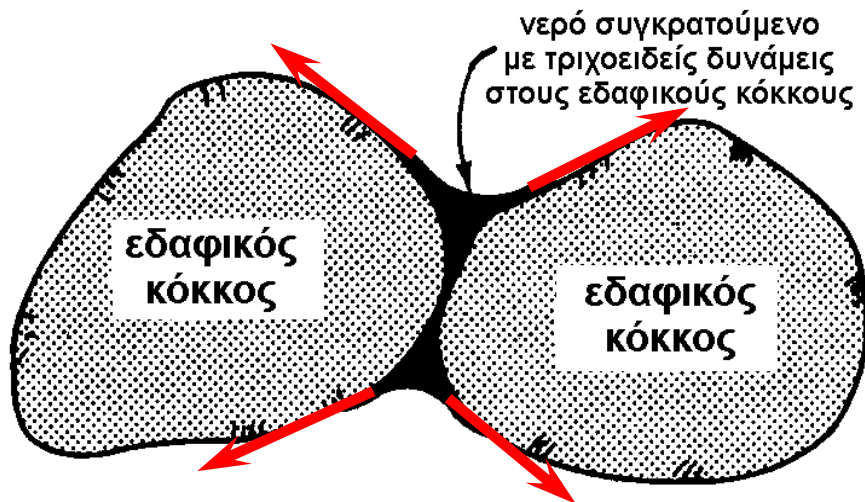


Τριχοειδείς δυνάμεις στον αριστερό εδαφικό κόκκο

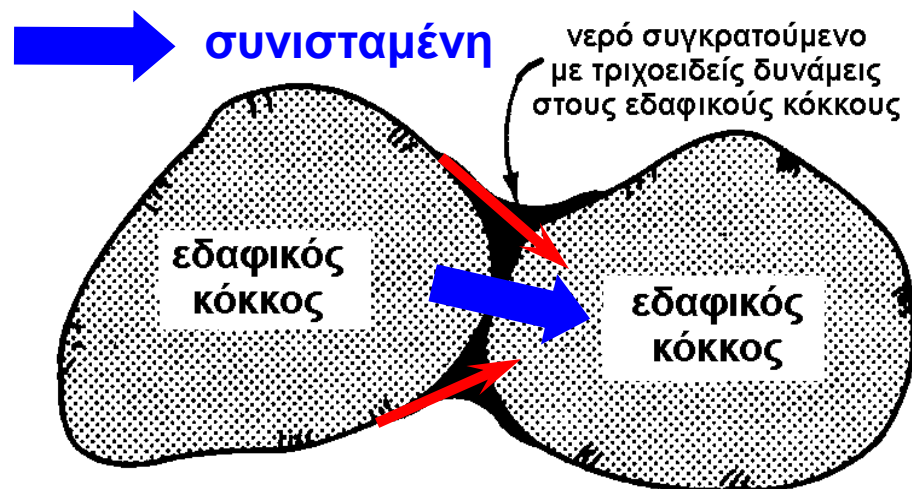


Ανάπτυξη τριχοειδών δυνάμεων μεταξύ των εδαφικών κόκκων

Τριχοειδείς δυνάμεις στο νερό



Τριχοειδείς δυνάμεις στον αριστερό εδαφικό κόκκο



Λόγω των τριχοειδών δυνάμεων, αναπτύσσονται :

- αρνητικές πιέσεις στο νερό των πόρων
- ίσες και αντίθετες (θετικές, δηλαδή ελκτικές) δυνάμεις μεταξύ των εδαφικών κόκκων, και συνεπώς θετικές ενεργές τάσεις σ' , αφού :

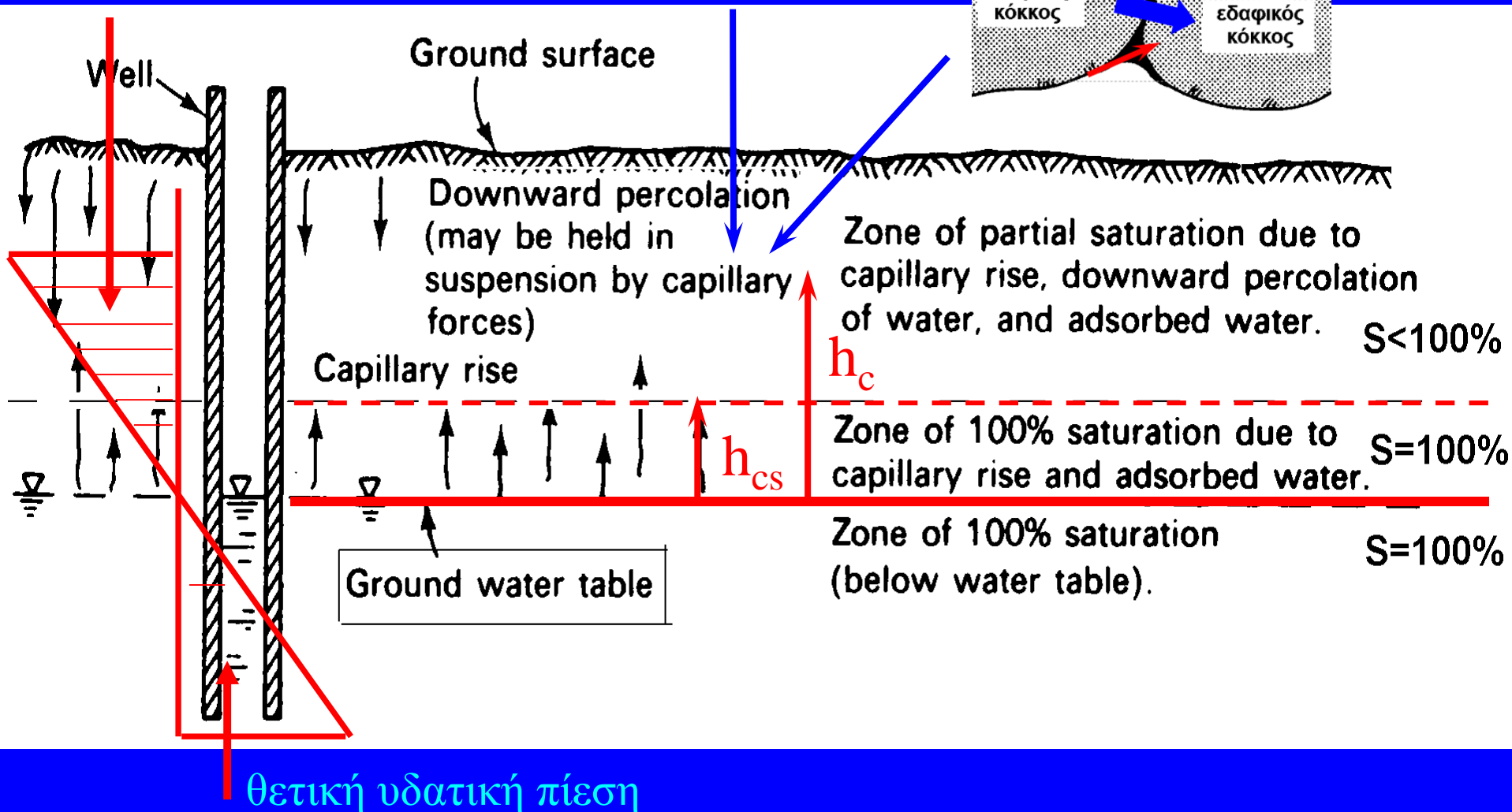
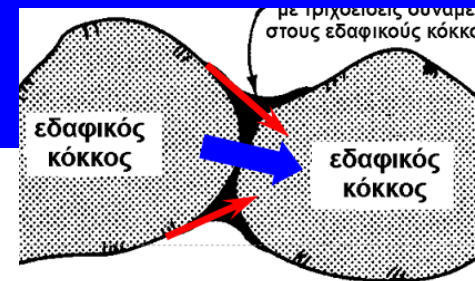
$$\sigma = u + \sigma' \Rightarrow \sigma' = \sigma - u$$

Προσοχή : Τριχοειδείς δυνάμεις αναπτύσσονται μόνον στην μερικώς κορεσμένη ζώνη του εδάφους

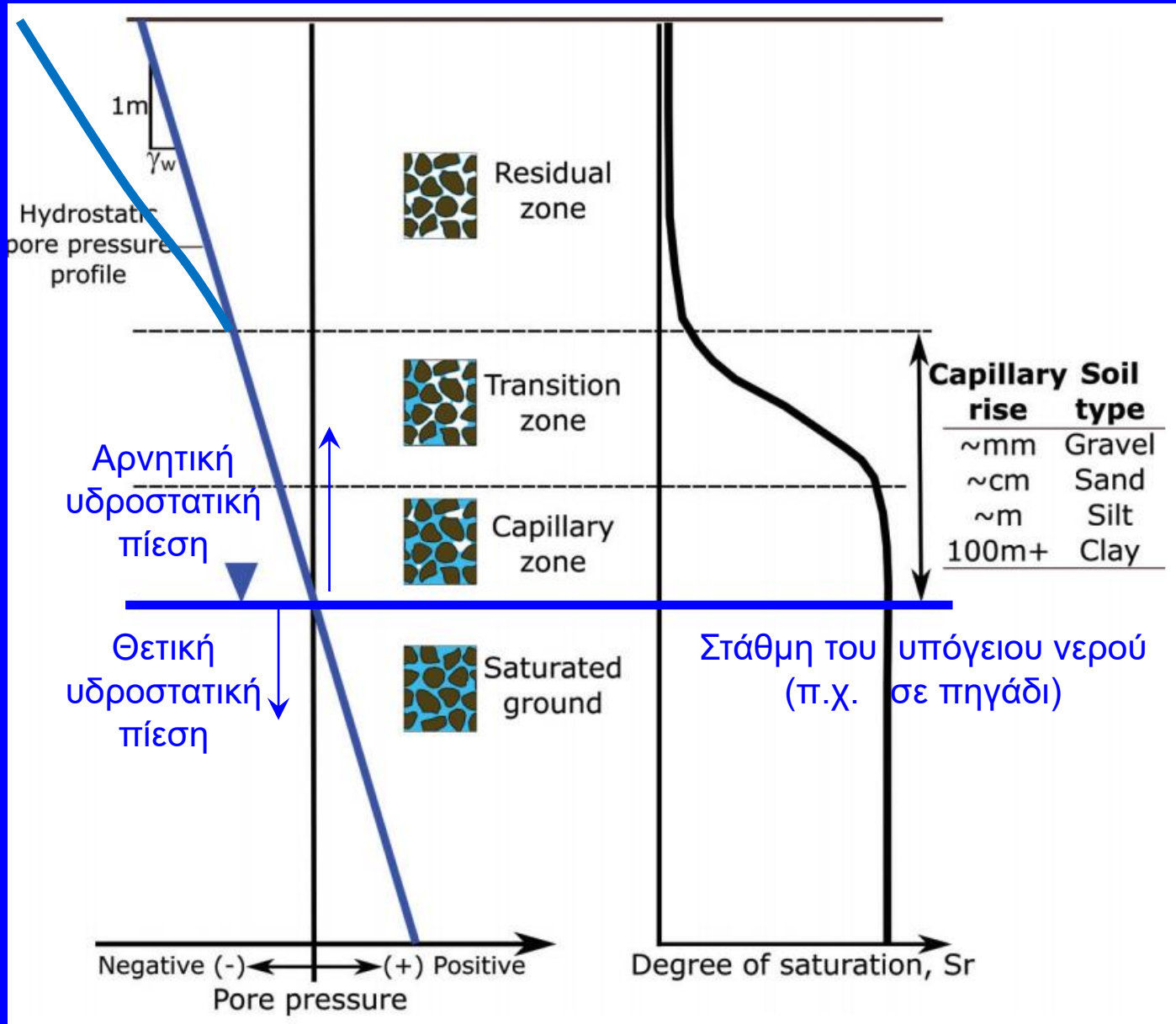
Τριχοειδής ανύψωση στο έδαφος

αρνητική υδατική πίεση ($u < 0$)

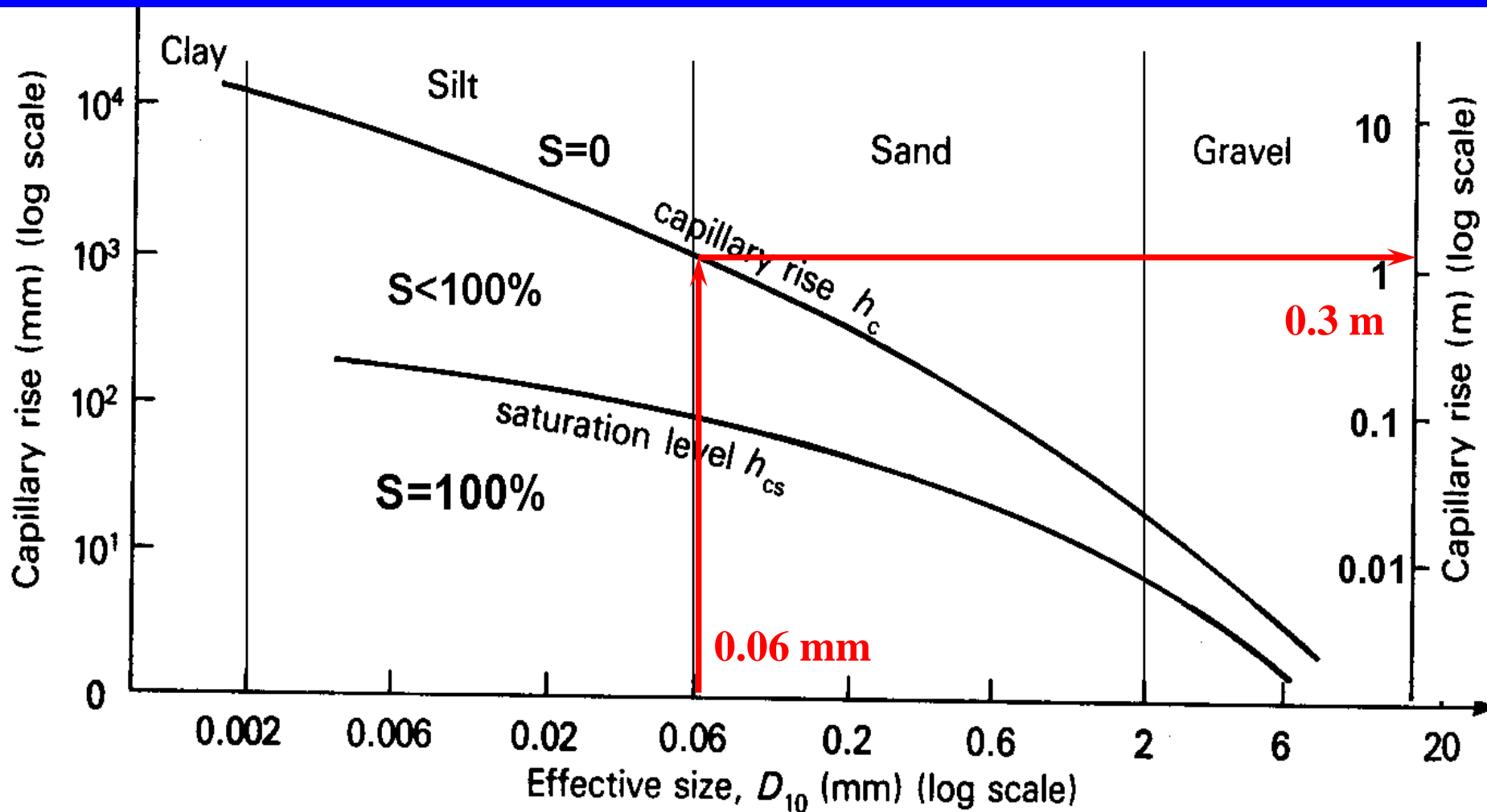
Αυξημένη ενεργός τάση: $\sigma' = \sigma - u$



Τριχοειδής ανύψωση στο έδαφος



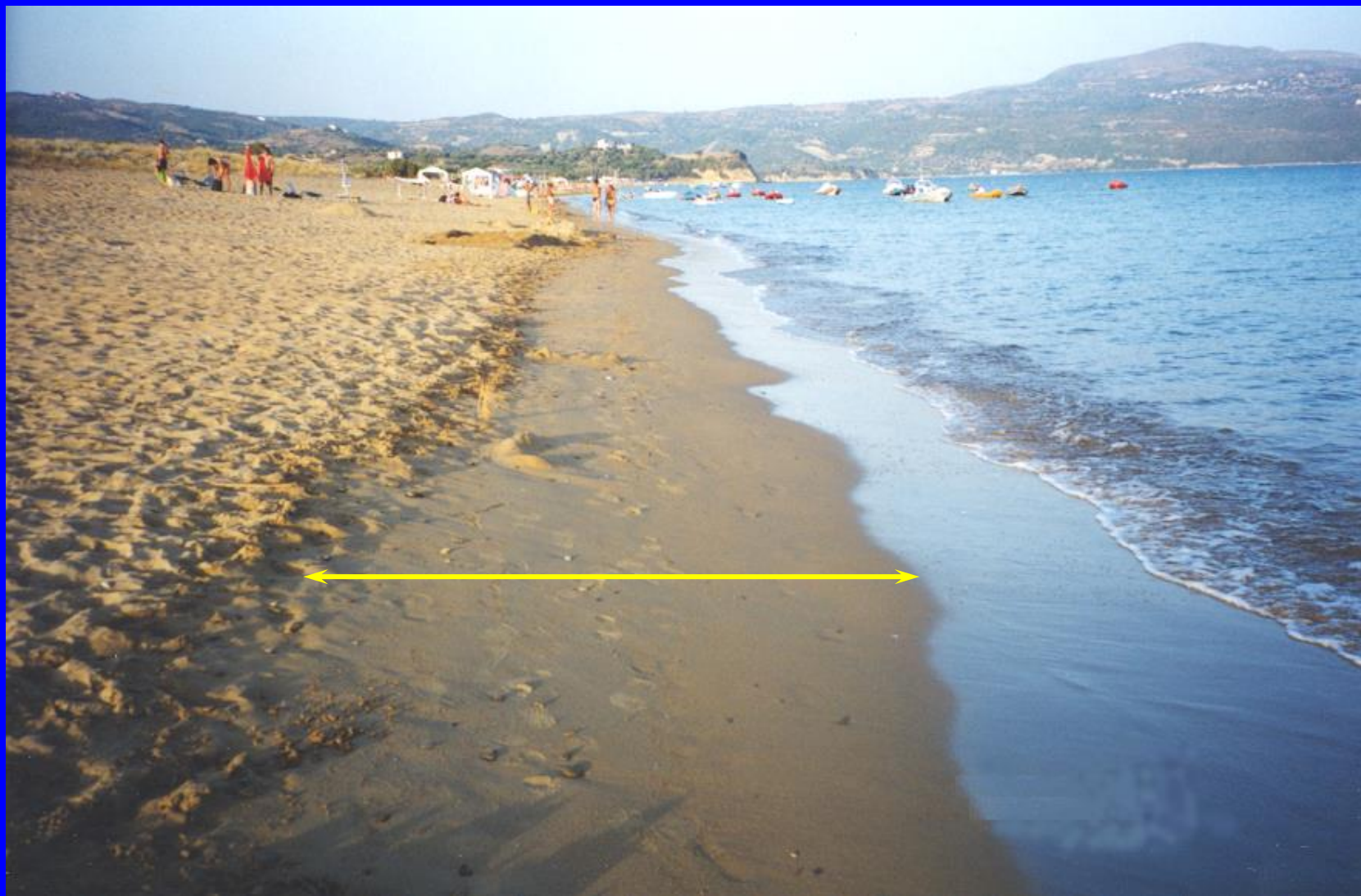
Το ύψος της τριχοειδούς ανύψωσης στο έδαφος εξαρτάται από την κοκκομετρική διαβάθμιση του υλικού



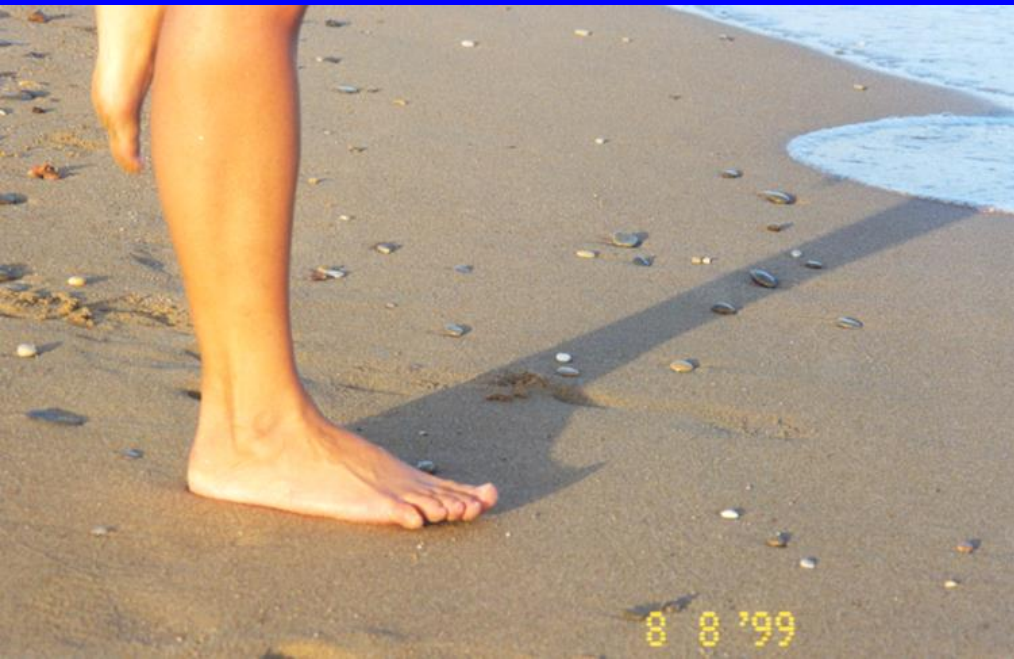
Τριχοειδής ανύψωση στο έδαφος

Στη ζώνη της τριχοειδούς ανύψωσης, οι ενεργές τάσεις είναι θετικές, δηλαδή αναπτύσσεται μια “ψευδο-συγκόλληση” μεταξύ των κόκκων

Συνεπώς, το υλικό εμφανίζει αντοχή (“ψευδο-συνοχή”)



Στη ζώνη της τριχοειδούς ανύψωσης, οι ενεργές τάσεις είναι θετικές. Έτσι αναπτύσσεται “ψευδο-συγκόλληση” μεταξύ των κόκκων και το έδαφος εμφανίζει αυξημένη αντοχή (“ψευδο-συνοχή”) σε σχέση με το ξηρό και το κορεσμένο



Ζώνη τριχοειδούς ανύψωσης



Στην υγρή άμμο, λόγω τριχοειδών φαινομένων οι ενεργές τάσεις είναι θετικές. Έτσι αναπτύσσεται “ψευδο-συγκόλληση” μεταξύ των κόκκων και η άμμος εμφανίζει αντοχή (“ψευδο-συνοχή”) που χάνεται όταν ξεραθεί

