

ΕΞ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΣ ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘ. ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΑΤΜ, 1/2/2021
ΟΜΑΔΑ Α (Ο ΑΜ λήγει σε 0, 2, 4, 6, 8)

Ονοματεπώνυμο και ΑΜ :

A.(3,5 μον) **Από τις παρακάτω προτάσεις βρείτε ποιές είναι σωστές και ποιές είναι λάθος:**

(A1) Έστω $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, n -φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση. Τότε το πολυώνυμο Taylor τάξης n της f με κέντρο το $x_0 = 1$ δίνεται από τον τύπο $T_n(x) = f(1) + \frac{f'(1)}{1!}x + \frac{f''(1)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(1)}{n!}x^n$. Σ□ Λ□

(A2) Ισχύει ότι $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right)\right) = \frac{4}{5}$. Σ□ Λ□

(A3) Η ακολουθία $a_n = \frac{(n+1)^n}{n^n}$ συγκλίνει στο 1. Σ□ Λ□

(A4) Έστω η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Αν $0 < a_n < n$ για κάθε $n \in \mathbb{N}$ τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ δεν συγκλίνει. Σ□ Λ□

(A5) Έστω η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ με $a_n > 0$. Αν $\frac{a_{n+1}}{a_n} > 1, \forall n \in \mathbb{N}$ τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ δεν συγκλίνει. Σ□ Λ□

(A6) Έστω ότι η δυναμοσειρά $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ συγκλίνει για κάποιο $x = x_0 > 0$. Τότε συγκλίνει για όλα τα $x \in (-x_0, x_0)$. Σ□ Λ□

(A7) Έστω η δυναμοσειρά $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ με ακτίνα σύγκλισης $R > 0$. Τότε υπάρχει $k \in \mathbb{N}$ τέτοιο ώστε η σειρά $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{k^n}$ συγκλίνει. Σ□ Λ□

B. Να γράψετε και να επισυνάψετε την λύση των επόμενων ασκήσεων :

B1. (1 μον) Βρείτε το πολυώνυμο Taylor της συνάρτησης $f(x) = e^x \cosh x$ τάξης $n = 2$ με κέντρο το $x_0 = 0$.

B2. (α)(1 μον) Βρείτε την ακτίνα σύγκλισης R της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}(x-1)^n$.

(β)(1 μον) Για ποια $x \in \mathbb{R}$ η δυναμοσειρά συγκλίνει και για ποιά αποκλίνει;

B3. (1 μον) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\int_{-3}^{-2} \frac{x}{x^2 + 6x + 10} dx$.

B4. (1 μον) Βρείτε και ταξινομήστε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης $f(x, y) = 8x^3 - 12xy + y^3$.

B5. (α) (0,5 μον) Η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ συγκλίνει ή όχι;

(1 μον) Εξετάστε ως προς τη σύγκλιση την σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n} \cdot \sin\left(\frac{1}{n}\right)$.