Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

Κεφάλαιο 10: Μελέτη Ροών Φορτίου

Μάθημα στις 21/01/2022

Παύλος Σ. Γεωργιλάκης
Αν. Καθ. ΕΜΠ

Παράδοση Β Ομάδας Ασκήσεων έως 27/01/2022

Υπενθύμιση: Παράδοση Ασκήσεων

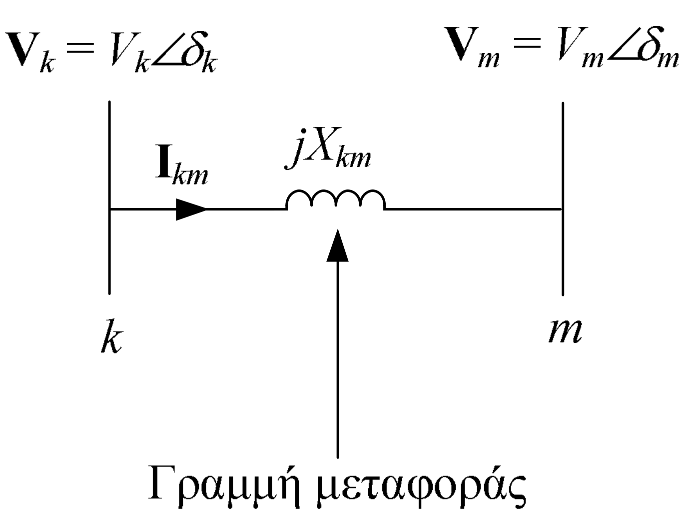
- Σύμφωνα με ανακοίνωση στην ιστοσελίδα του μαθήματος στο **https://helios.ntua.gr/**
- Οι ασκήσεις παραδίδονται στο κουτί έξω από το γραφείο 2.2.34 (του κ. Κιμουλάκη) που βρίσκεται στον δεύτερο όροφο του παλαιού κτιρίου Ηλεκτρολόγων.
- Η Β Ομάδα Ασκήσεων (σελίδα 25 επισυναπτόμενου αρχείου), θα παραδοθεί έως τις 27 Ιανουαρίου 2022.
- Για απορίες επί των ασκήσεων: Δρ. Νικόλαος Κιμουλάκης, Μέλος ΕΔΙΠ, e-mail: kimnikos@central.ntua.gr, Τηλέφωνο 210 772 3562, Γραφείο 2.2.34 στο Παλαιό Κτίριο Ηλεκτρολόγων.

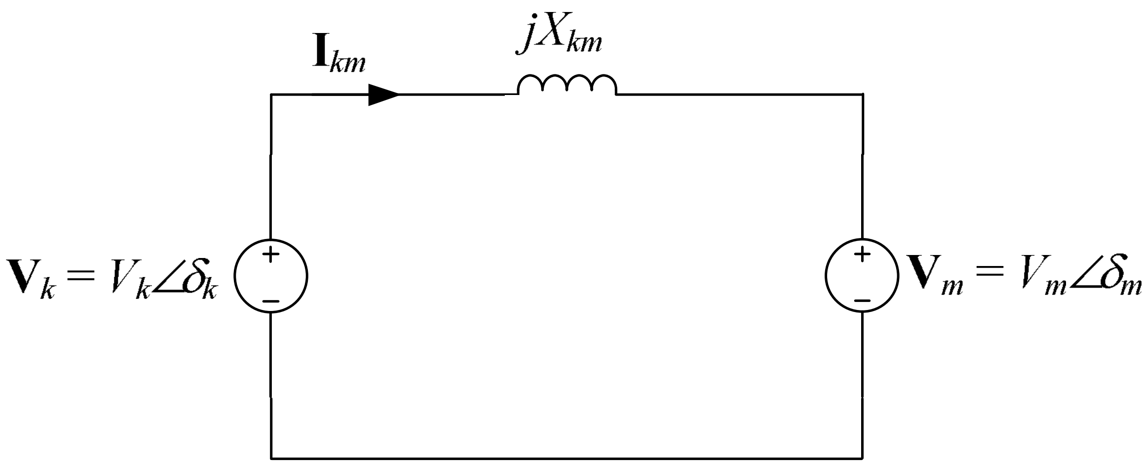
Εισαγωγή

Το πρόγραμμα υπολογισμού ροών ισχύος (ροών φορτίου) είναι το πιο συνηθισμένο καθημερινό εργαλείο των αναλυτών ΣΗΕ γιατί οι μελέτες ροών φορτίου είναι απαραίτητες:

1. Για την πλέον οικονομική λειτουργία των γεννητριών
2. Για τον έλεγχο των τάσεων και των ροών ισχύος
3. Για τη μελέτη των επιπτώσεων ενδεχόμενων διαταραχών
4. Σε μελέτες ανάπτυξης και επέκτασης του ΣΗΕ

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς για Μοντέλο Γραμμής Μεταφοράς Χωρίς Απώλειες (R=0)





$$\boxed{\mathbf{Z}_{km} = jX_{km}}$$

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς για Μοντέλο Γραμμής Μεταφοράς Χωρίς Απώλειες (R=0)

$$\mathbf{V}_k - jX_{km} \cdot \mathbf{I}_{km} - \mathbf{V}_m = 0 \Rightarrow \quad \mathbf{I}_{km} = \frac{\mathbf{V}_k - \mathbf{V}_m}{jX_{km}} \qquad (10.1)$$

$$\boxed{\mathbf{S}_{km} = \mathbf{V}_k \cdot \mathbf{I}_{km}^* \qquad (10.2)} \qquad \mathbf{V}_k = V_k \angle \delta_k \qquad (10.3) \qquad \mathbf{V}_m = V_m \angle \delta_m \qquad (10.4)$$

$$\mathbf{S}_{km} = \mathbf{V}_k \cdot \mathbf{I}_{km}^* = \mathbf{V}_k \cdot \left(\frac{\mathbf{V}_k - \mathbf{V}_m}{jX_{km}} \right)^* = \frac{\mathbf{V}_k \cdot \left(\mathbf{V}_k^* - \mathbf{V}_m^* \right)}{-jX_{km}} = \frac{\mathbf{V}_k \cdot \mathbf{V}_k^* - \mathbf{V}_k \cdot \mathbf{V}_m^*}{-jX_{km}} \Rightarrow$$

$$\mathbf{S}_{km} = \frac{V_k^2 - \left(V_k \angle \delta_k \right) \cdot \left(V_m \angle \delta_m \right)^*}{-jX_{km}} = \frac{V_k^2 - V_k \cdot V_m \angle \left(\delta_k - \delta_m \right)}{-jX_{km}} \Rightarrow$$

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς για Μοντέλο Γραμμής Μεταφοράς Χωρίς Απώλειες (R=0)

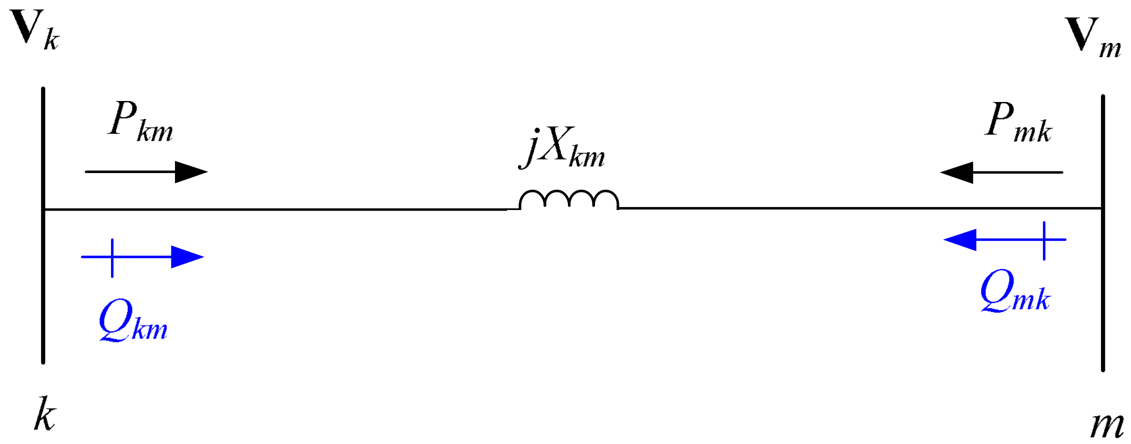
$$\mathbf{S}_{km} = \frac{V_k^2 - V_k \cdot V_m \cdot cos(\delta_k - \delta_m) - jV_k \cdot V_m \cdot sin(\delta_k - \delta_m)}{-jX_{km}} \Rightarrow$$

$$\mathbf{S}_{km} = \frac{jV_k^2 - jV_k \cdot V_m \cdot cos(\delta_k - \delta_m) + V_k \cdot V_m \cdot sin(\delta_k - \delta_m)}{X_{km}} = P_{km} + jQ_{km} \Rightarrow$$

$$\boxed{P_{km} = \frac{V_k \cdot V_m}{X_{km}} \cdot sin(\delta_k - \delta_m) \qquad (10.5)}$$

$$\boxed{Q_{km} = \frac{V_k^2}{X_{km}} - \frac{V_k \cdot V_m}{X_{km}} \cdot cos(\delta_k - \delta_m) \qquad (10.6)}$$

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς για Μοντέλο Γραμμής Μεταφοράς Χωρίς Απώλειες (R=0)



$$P_{mk} = \frac{V_k \cdot V_m}{X_{km}} \cdot sin(\delta_m - \delta_k) \qquad (10.7)$$

$$Q_{mk} = \frac{V_m^2}{X_{km}} - \frac{V_k \cdot V_m}{X_{km}} \cdot cos(\delta_m - \delta_k) \qquad (10.8)$$

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς για Μοντέλο Γραμμής Μεταφοράς Χωρίς Απώλειες (R=0)

$$P_{mk} = -P_{km} \qquad (10.9)$$

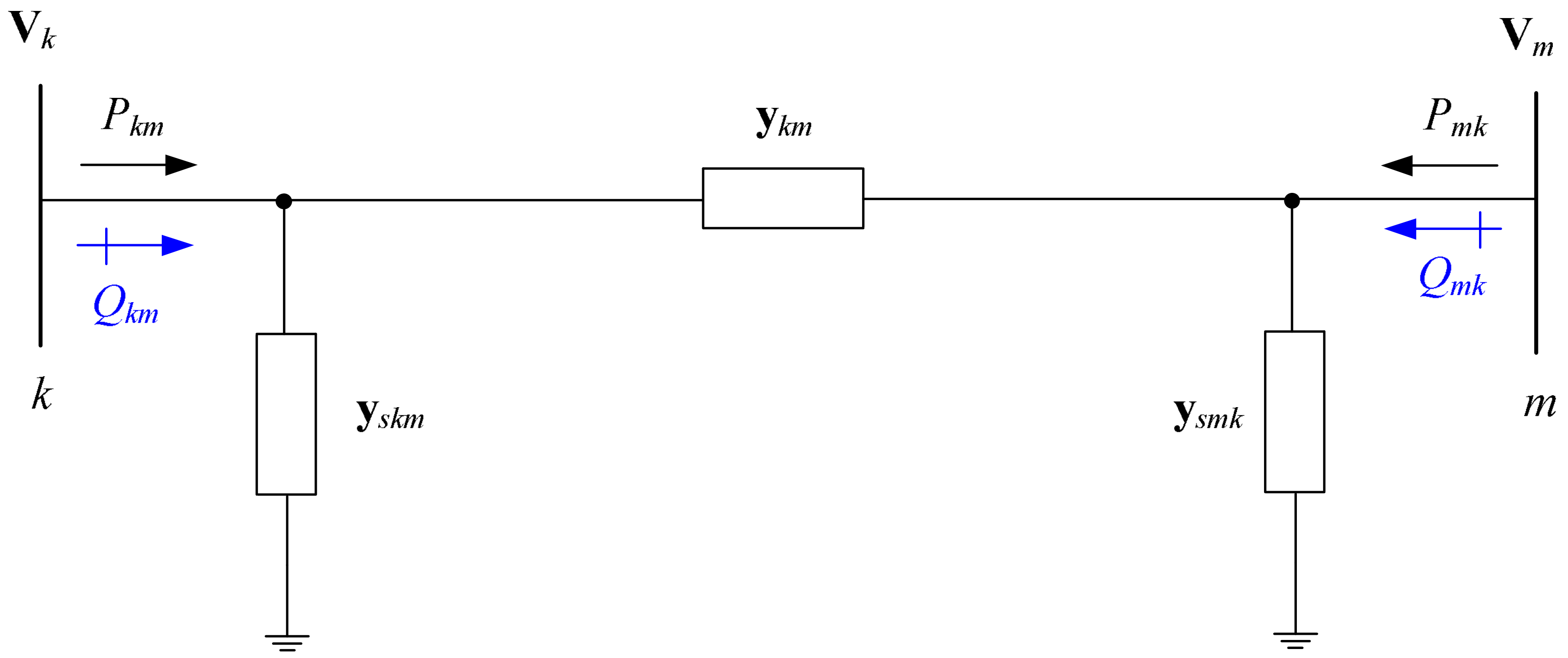
$$Q_{mk} \neq -Q_{km} \qquad (10.10)$$

$$\boxed{PLoss_{km} = P_{km} + P_{mk} = 0 \qquad (10.11)}$$

$$\boxed{QLoss_{km} = Q_{km} + Q_{mk} \neq 0 \qquad (10.12)}$$

Μοντέλα Συνιστωσών ΣΗΕ

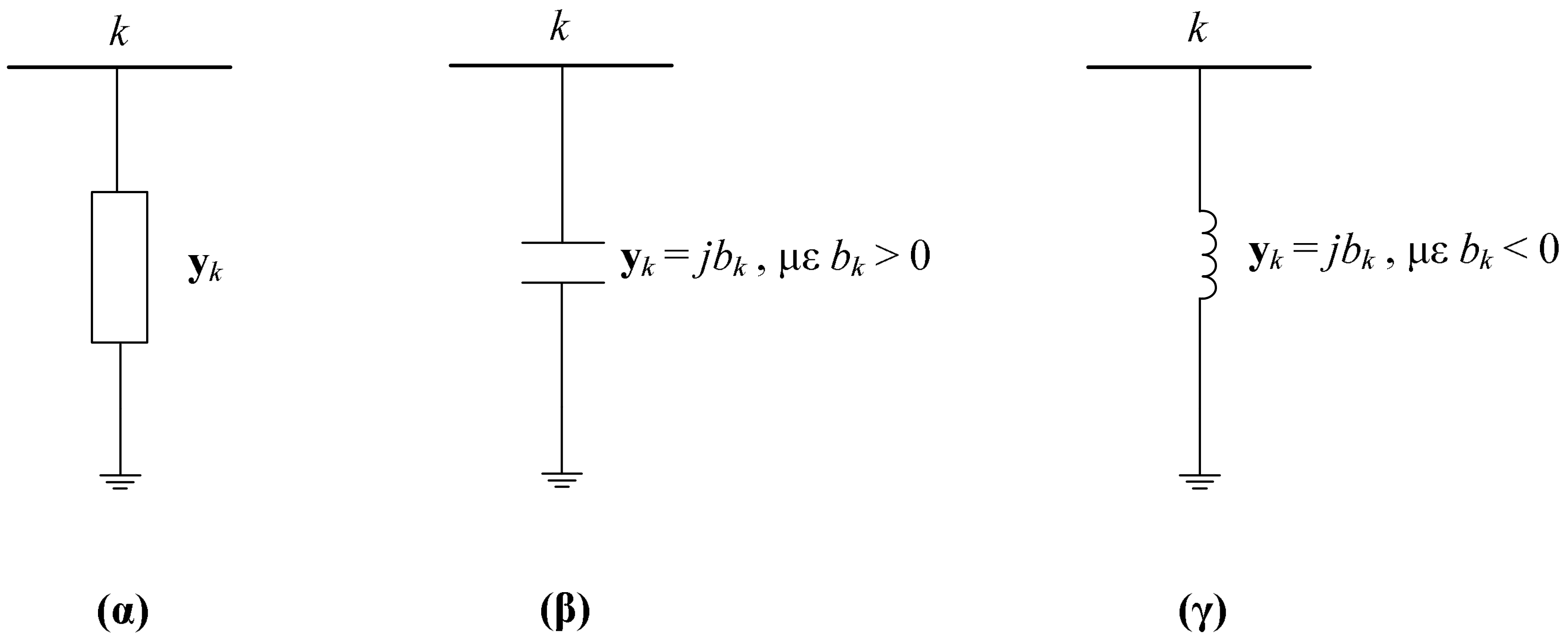
Γραμμή Μεταφοράς



$\mathbf{y}_{km} = g_{km} + jb_{km}$ $\quad$ $\mathbf{y}_{skm} = g_{skm} + jb_{skm}$ $\quad$ $\mathbf{y}_{smk} = g_{sm\kappa} + jb_{smk}$

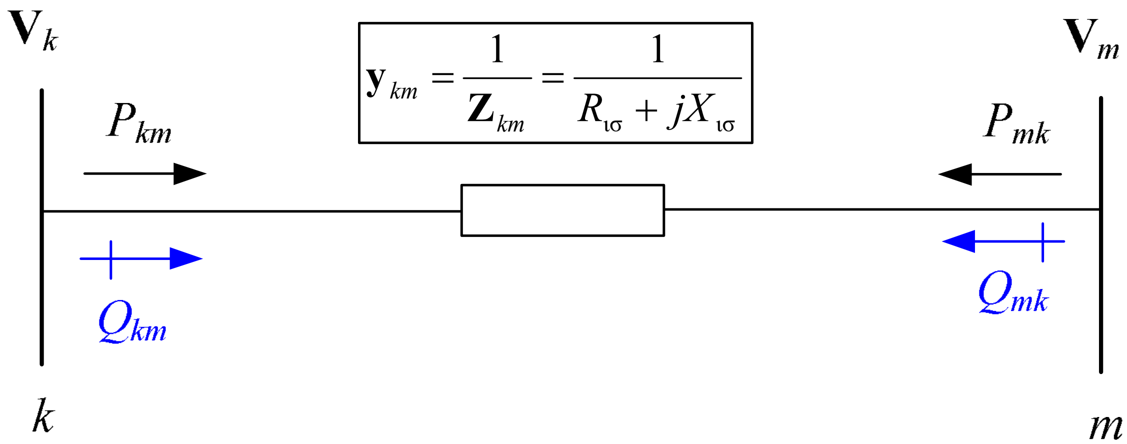
Μοντέλα Συνιστωσών ΣΗΕ

Εγκάρσιος Πυκνωτής και Πηνίο



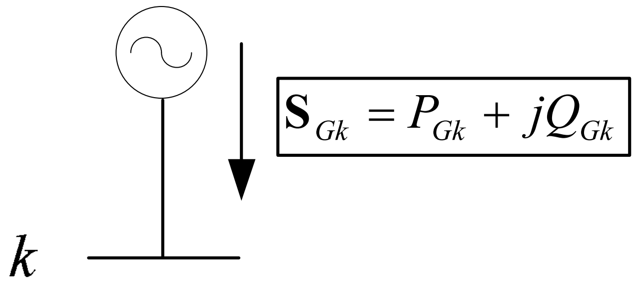
Μοντέλα Συνιστωσών ΣΗΕ

Μετασχηματιστής (Μ/Σ)



Μοντέλα Συνιστωσών ΣΗΕ

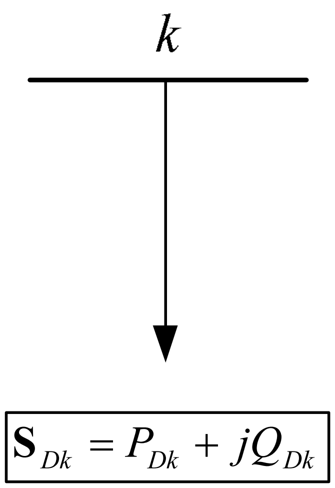
Γεννήτρια

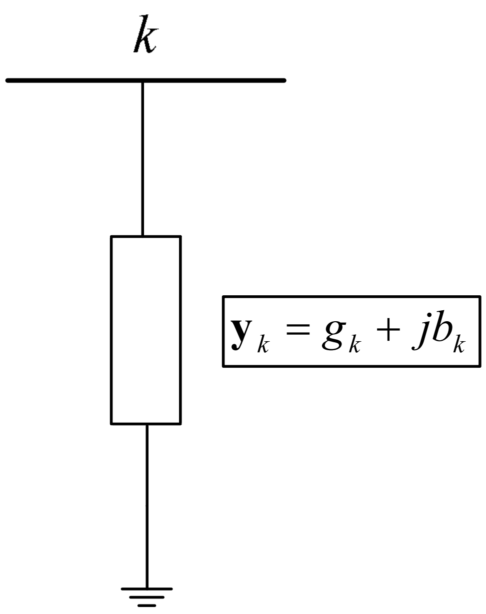


Στις μελέτες ροών φορτίου, οι σύγχρονες γεννήτριες έχουν συνήθως σταθερή τερματική τάση (μέτρο τάσης V_k) και σταθερή παραγωγή πραγματικής ισχύος (P_{Gk}), για αυτό οι ζυγοί αυτοί ονομάζονται *ζυγοί PV* ή *ζυγοί παραγωγής*.

Μοντέλα Συνιστωσών ΣΗΕ

Φορτίο



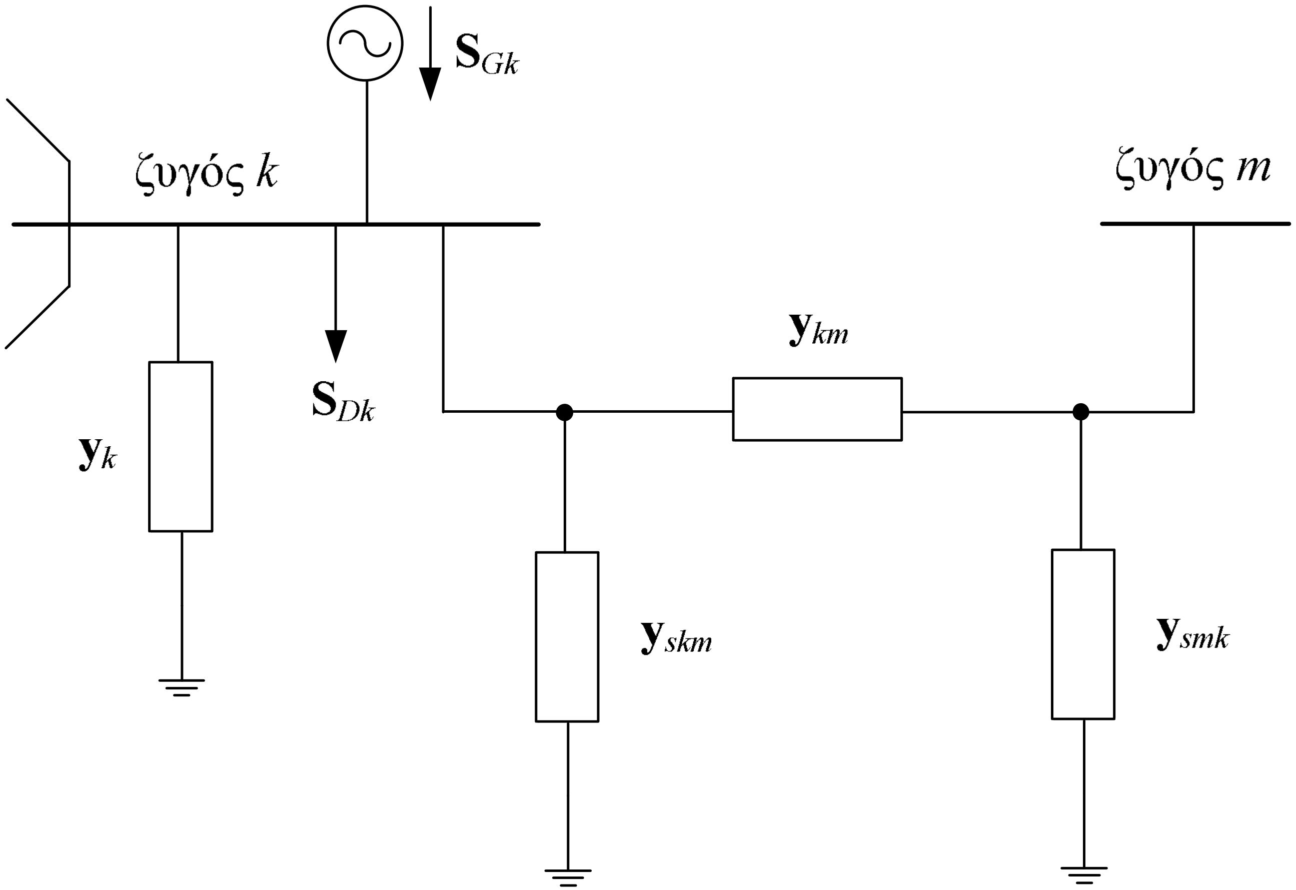


Φορτίο σταθερής ενεργού και αέργου ισχύος

Φορτίο σταθερής σύνθετης αγωγιμότητας

Εξισώσεις Ροών Φορτίου

Πίνακας Αγωγιμοτήτων



$$\boxed{\mathbf{Y}_{kk} = \mathbf{y}_k + \sum_{m \in A(k)} (\mathbf{y}_{skm} + \mathbf{y}_{km})}$$

$$\boxed{\mathbf{Y}_{km} = -\mathbf{y}_{km}}$$

Εξισώσεις Ροών Φορτίου

Μιγαδική Εξίσωση Ροής Φορτίου

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{S}_{Gk} - \mathbf{S}_{Dk} = \mathbf{Y}_{kk}^* \cdot V_k^2 + \mathbf{V}_k \cdot \sum_{m \in A(k)} \mathbf{Y}_{km}^* \cdot \mathbf{V}_m^* \qquad (10.13)$$

$$\mathbf{V}_k = V_k \cdot e^{j\delta_k} = V_k \angle \delta_k$$

$$\mathbf{V}_m = V_m \cdot e^{j\delta_m} = V_m \angle \delta_m$$

$$\mathbf{S}_{Gk} = P_{Gk} + jQ_{Gk}$$

$$\mathbf{S}_{Dk} = P_{Dk} + jQ_{Dk}$$

$$\mathbf{Y}_{kk} = G_{kk} + jB_{kk}$$

$$\mathbf{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km}$$

Εξισώσεις Ροών Φορτίου

Εξισώσεις Ενεργού και Αέργου Ισχύος

$$P_{Gk} - P_{Dk} = G_{kk} \cdot V_k^2 + V_k \cdot \sum_{m \in A(k)} V_m \cdot G_{km} \cdot cos(\delta_k - \delta_m) + V_k \cdot \sum_{m \in A(k)} V_m \cdot B_{km} \cdot sin(\delta_k - \delta_m) \qquad (10.14)$$

$$Q_{Gk} - Q_{Dk} = -B_{kk} \cdot V_k^2 + V_k \cdot \sum_{m \in A(k)} V_m \cdot G_{km} \cdot sin(\delta_k - \delta_m) - V_k \cdot \sum_{m \in A(k)} V_m \cdot B_{km} \cdot cos(\delta_k - \delta_m) \qquad (10.15)$$

Θεμελίωση του Προβλήματος Ροών Φορτίου

Τύποι Ζυγών Ροής Φορτίου

1. Ζυγός ταλάντωσης ή **ζυγός αναφοράς**
   - **Ορισμός**: Γνωστά το μέτρο (V) και η γωνία της τάσης (δ) του ζυγού.
2. Ζυγός φορτίου ή **ζυγός PQ**
   - **Ορισμός**: Γνωστά η έγχυση ενεργού ισχύος (P_G–P_D) και η έγχυση αέργου ισχύος (Q_G–Q_D) του ζυγού
   - Παρατήρηση: αν ένας ζυγός δεν έχει πάνω του ούτε γεννήτρια ούτε φορτίο, τότε είναι ζυγός PQ
3. Ζυγός παραγωγής ή **ζυγός PV**
   - **Ορισμός**: Γνωστά η έγχυση ενεργού ισχύος (P_G–P_D) και το μέτρο της τάσης (V) του ζυγού
   - Παρατήρηση: αν ένας ζυγός έχει πάνω του γεννήτρια, δεν σημαίνει ότι είναι υποχρεωτικά ζυγός PV

Θεμελίωση του Προβλήματος Ροών Φορτίου

Διάνυσμα Κατάστασης

Έστω η ακόλουθη αρίθμηση ζυγών ενός ΣΗΕ:

1. Ο Ζυγός 1 είναι ο ζυγός ταλάντωσης
2. Οι Ζυγοί 2 έως $n\text{–}m$ είναι οι ζυγοί παραγωγής
3. Οι Ζυγοί $n\text{–}m+1$ έως n είναι οι ζυγοί φορτίου

Στην παραπάνω αρίθμηση:

- Ο συνολικός αριθμός των ζυγών είναι n
- Ο συνολικός αριθμός των ζυγών φορτίου είναι m

Θεμελίωση του Προβλήματος Ροών Φορτίου

Διάνυσμα Κατάστασης

- Ζητούμενο του προβλήματος ροών φορτίου είναι να υπολογιστούν τα μέτρα των τάσεων (V_i) και οι γωνίες των τάσεων (δ_i), όλων των ζυγών του ΣΗΕ, όπου $\mathbf{V}_i = V_i\angle\delta_i$. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να υπολογιστούν τα:
    - $V_1 , V_2 , \ldots, V_n$
    - $\delta_1 , \delta_2 , \ldots, \delta_n$
- Όμως, στον ζυγό ταλάντωσης 1 είναι γνωστά τα V_1, δ_1.
- Όμως, στους ζυγούς παραγωγής 2 έως n–m είναι γνωστά τα μέτρα των τάσεων, δηλαδή είναι γνωστά τα $V_2 , V_3 , \ldots, V_{n-m}$

Θεμελίωση του Προβλήματος Ροών Φορτίου

Διάνυσμα Κατάστασης

- Αυτό σημαίνει ότι το διάνυσμα κατάστασης (οι άγνωστοι του προβλήματος ροών φορτίου) είναι:
  - V_{n-m+1} έως V_n, δηλαδή ***m* άγνωστα μέτρα τάσεων**
  - δ_2 έως δ_n, δηλαδή ***n*–1 άγνωστες γωνίες τάσεων**
- Συνεπώς, οι συνολικοί άγνωστοι είναι ***n*+*m*–1**
- Συνεπώς, απαιτούνται ***n*+*m*–1** γραμμικά ανεξάρτητες εξισώσεις

Θεμελίωση του Προβλήματος Ροών Φορτίου

Διάνυσμα Κατάστασης

Οι ***n+m*–1** γραμμικά ανεξάρτητες εξισώσεις που απαιτούνται είναι οι ακόλουθες:

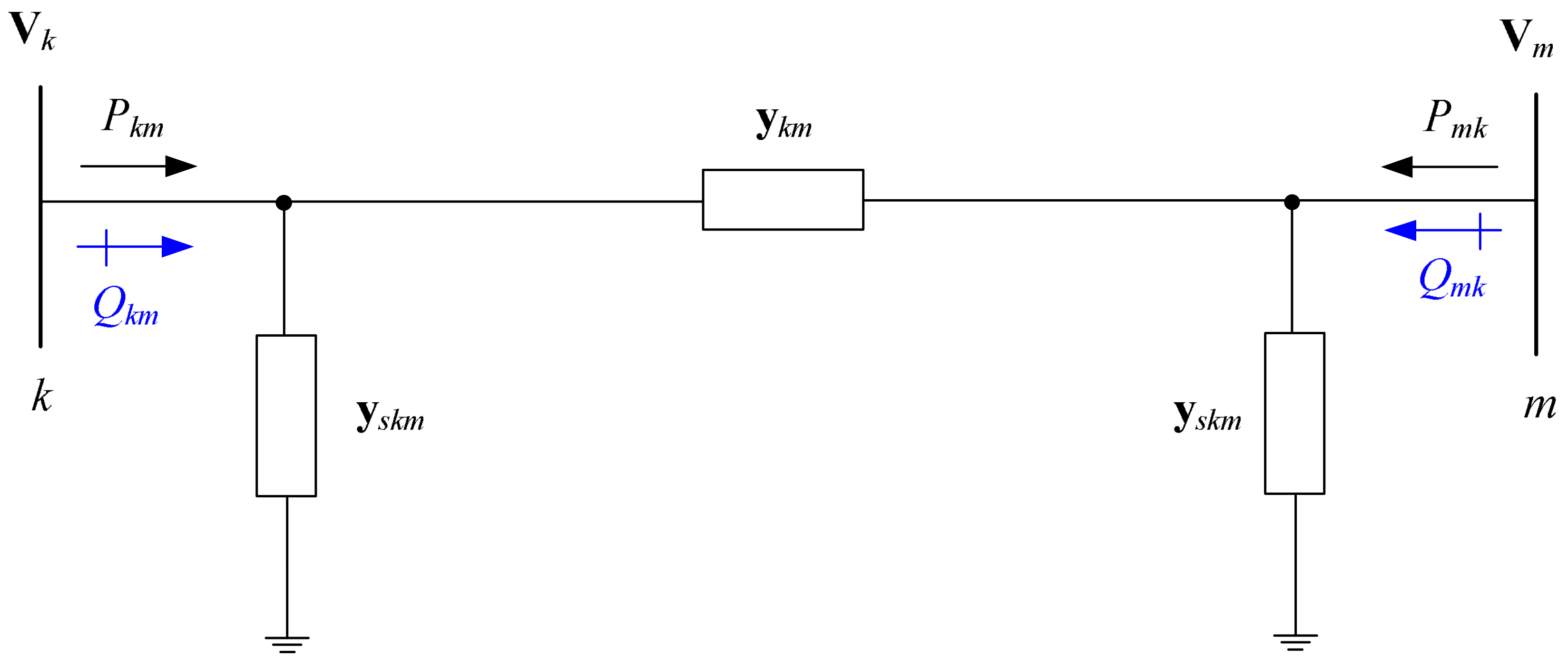
- **n–1 εξισώσεις** του ισοζυγίου πραγματικής ισχύος, μία για κάθε ζυγό εκτός από τον ζυγό ταλάντωσης:

$$P_{Gk} - P_{Dk} = G_{kk} \cdot V_k^2 + V_k \cdot \sum_{m \in A(k)} V_m \cdot G_{km} \cdot cos(\delta_k - \delta_m) + V_k \cdot \sum_{m \in A(k)} V_m \cdot B_{km} \cdot sin(\delta_k - \delta_m) \qquad (10.14)$$

- **m εξισώσεις** του ισοζυγίου αέργου ισχύος, μία για κάθε ζυγό φορτίου:

$$Q_{Gk} - Q_{Dk} = -B_{kk} \cdot V_k^2 + V_k \cdot \sum_{m \in A(k)} V_m \cdot G_{km} \cdot sin(\delta_k - \delta_m) - V_k \cdot \sum_{m \in A(k)} V_m \cdot B_{km} \cdot cos(\delta_k - \delta_m) \qquad (10.15)$$

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς



$\mathbf{V}_k = V_k \angle \delta_k$ $\mathbf{y}_{km} = g_{km} + jb_{km}$ $\mathbf{y}_{skm} = g_{skm} + jb_{skm}$ $\mathbf{V}_m = V_m \angle \delta_m$

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς

$$\boxed{P_{km} = (g_{km} + g_{skm}) \cdot V_k^2 - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos(\delta_k - \delta_m) - V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \sin(\delta_k - \delta_m)}$$

$$P_{mk} = (g_{km} + g_{skm}) \cdot V_m^2 - V_m \cdot V_k \cdot g_{km} \cdot \cos(\delta_m - \delta_k) - V_m \cdot V_k \cdot b_{km} \cdot \sin(\delta_m - \delta_k)$$

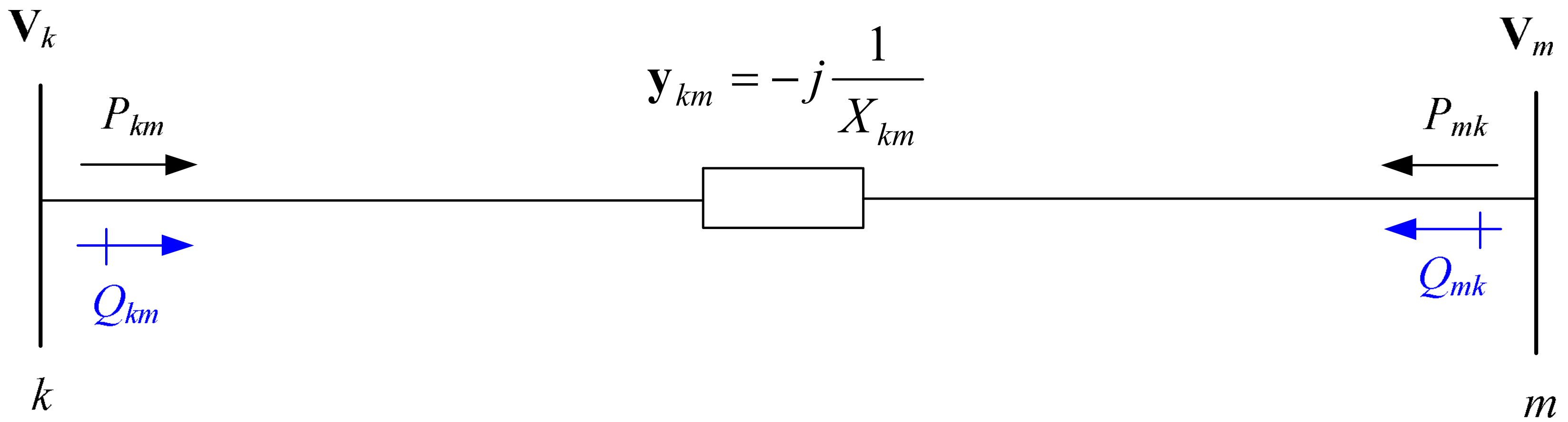
$$\boxed{PLoss_{km} = P_{km} + P_{mk}}$$

$$\boxed{Q_{km} = -(b_{km} + b_{skm}) \cdot V_k^2 - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \sin(\delta_k - \delta_m) + V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\delta_k - \delta_m)}$$

$$Q_{mk} = -(b_{km} + b_{skm}) \cdot V_m^2 - V_m \cdot V_k \cdot g_{km} \cdot \sin(\delta_m - \delta_k) + V_m \cdot V_k \cdot b_{km} \cdot \cos(\delta_m - \delta_k)$$

$$\boxed{QLoss_{km} = Q_{km} + Q_{mk}}$$

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς για Μοντέλο Γραμμής Μεταφοράς Χωρίς Απώλειες (R=0)



$$\mathbf{y}_{km} = \frac{1}{\mathbf{z}_{km}} = \frac{1}{R_{km} + jX_{km}} = \frac{1}{jX_{km}} = -j\frac{1}{X_{km}} = g_{km} + jb_{km} \Rightarrow \boxed{g_{km} = 0 \quad , \quad b_{km} = \frac{-1}{X_{km}}}$$

$$\mathbf{y}_{skm} = j\frac{BT_{km}}{2} = 0 = g_{skm} + jb_{skm} \Rightarrow \boxed{g_{skm} = 0 \quad , \quad b_{skm} = 0}$$

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς για Μοντέλο Γραμμής Μεταφοράς Χωρίς Απώλειες (R=0)

$$\boxed{P_{km} = \frac{V_k \cdot V_m \cdot \sin(\delta_k - \delta_m)}{X_{km}}} \qquad P_{mk} = \frac{V_k \cdot V_m \cdot \sin(\delta_m - \delta_k)}{X_{km}}$$

$$PLoss_{km} = P_{km} + P_{mk} = 0$$

$$\boxed{Q_{km} = \frac{V_k^2}{X_{km}} - \frac{V_k \cdot V_m \cdot \cos(\delta_k - \delta_m)}{X_{km}}} \qquad Q_{mk} = \frac{V_m^2}{X_{km}} - \frac{V_k \cdot V_m \cdot \cos(\delta_m - \delta_k)}{X_{km}}$$

$$QLoss_{km} = Q_{km} + Q_{mk} \neq 0$$

Τεχνικές Επίλυσης Προβλήματος Ροών Φορτίου

- Το πρόβλημα ροών φορτίου συνίσταται στη λύση ενός συστήματος $\boldsymbol{n+m-1}$ μη γραμμικών εξισώσεων.
- Το πρόβλημα ροών φορτίου επιλύεται με αριθμητικές μεθόδους, όπως:

1. Μέθοδος Gauss
2. Μέθοδος Gauss–Seidel
3. Μέθοδος Newton–Raphson
4. Ταχεία αποζευγμένη μέθοδος ροών φορτίου

Τεχνικές Επίλυσης Προβλήματος Ροών Φορτίου

Μέθοδος Gauss–Seidel

$$\mathbf{V}_k^{(i+1)} = \frac{1}{\mathbf{Y}_{kk}} \cdot \left\{ \frac{P_k - jQ_k^{(i)}}{\left[\mathbf{V}_k^{(i)}\right]^*} - \sum_{m \in A_1(k)} \mathbf{Y}_{km} \cdot \mathbf{V}_m^{(i+1)} - \sum_{m \in A_2(k)} \mathbf{Y}_{km} \cdot \mathbf{V}_m^{(i)} \right\} \qquad (10.16)$$

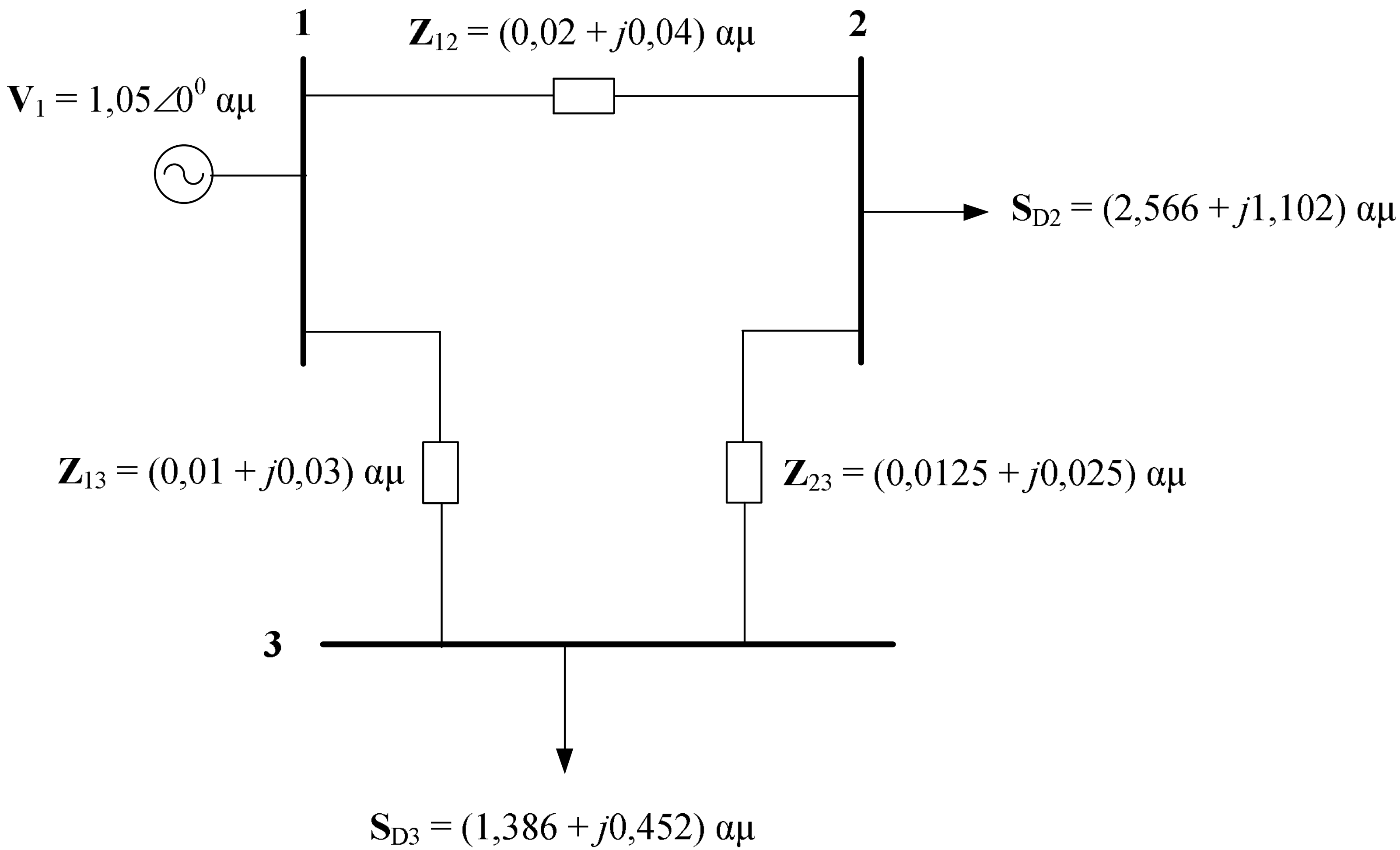
- $A_1(k)$ είναι το υποσύνολο των ζυγών που συνδέονται με τον ζυγό k, για τους οποίους η τάση έχει ήδη υπολογιστεί στην ανακύκλωση $i + 1$.
- $A_2(k)$ είναι το υποσύνολο των ζυγών που συνδέονται με τον ζυγό k, για τους οποίους η τάση έχει υπολογιστεί στην ανακύκλωση i.

Παράδειγμα 10.1: Εκφώνηση

Στο τριφασικό ΣΗΕ του Σχήματος (της επόμενης διαφάνειας), η βάση ισχύος είναι 100 MVA. Ζητούνται:

1. Τα $\mathbf{V}_2$, $\mathbf{V}_3$ με τη μέθοδο Gauss–Seidel με ακρίβεια τεσσάρων (4) δεκαδικών ψηφίων.
2. Η πραγματική και η άεργη ισχύς του ζυγού αναφοράς.
3. Οι ροές ισχύος στις γραμμές μεταφοράς και οι απώλειες ισχύος των γραμμών μεταφοράς. Να κατασκευαστεί το διάγραμμα των ροών ισχύος.

Παράδειγμα 10.1: Εκφώνηση



Ερώτημα 1: Λύση

$$\mathbf{y}_{12} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{12}} = \frac{1}{0{,}02 + j0{,}04} \Rightarrow \mathbf{y}_{12} = (10 - j20) \text{ αμ}$$

$$\mathbf{y}_{13} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{13}} = \frac{1}{0{,}01 + j0{,}03} \Rightarrow \mathbf{y}_{13} = (10 - j30) \text{ αμ}$$

$$\mathbf{y}_{23} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{23}} = \frac{1}{0{,}0125 + j0{,}025} \Rightarrow \mathbf{y}_{23} = (16 - j32) \text{ αμ}$$

$$[\mathbf{Y}] = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11} & \mathbf{Y}_{12} & \mathbf{Y}_{13} \\ \mathbf{Y}_{21} & \mathbf{Y}_{22} & \mathbf{Y}_{23} \\ \mathbf{Y}_{31} & \mathbf{Y}_{32} & \mathbf{Y}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{13} & -\mathbf{y}_{12} & -\mathbf{y}_{13} \\ -\mathbf{y}_{12} & \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{23} & -\mathbf{y}_{23} \\ -\mathbf{y}_{13} & -\mathbf{y}_{23} & \mathbf{y}_{13} + \mathbf{y}_{23} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

Ερώτημα 1: Λύση

$$[\mathbf{Y}] = \begin{bmatrix} 20 - j50 & -10 + j20 & -10 + j30 \\ -10 + j20 & 26 - j52 & -16 + j32 \\ -10 + j30 & -16 + j32 & 26 - j62 \end{bmatrix} \text{ αμ}$$

$$P_2 = P_{G2} - P_{D2} = 0 - 2{,}566 \Rightarrow P_2 = -2{,}566 \text{ αμ}$$

$$Q_2 = Q_{G2} - Q_{D2} = 0 - 1{,}102 \Rightarrow Q_2 = -1{,}102 \text{ αμ}$$

$$P_3 = P_{G3} - P_{D3} = 0 - 1{,}386 \Rightarrow P_3 = -1{,}386 \text{ αμ}$$

$$Q_3 = Q_{G3} - Q_{D3} = 0 - 0{,}452 \Rightarrow Q_3 = -0{,}452 \text{ αμ}$$

Αρχικές τιμές Gauss–Seidel: $\mathbf{V}_3^{(0)} = 1\angle 0^0$ αμ $\mathbf{V}_2^{(0)} = 1\angle 0^0$ αμ

Ερώτημα 1: Λύση

Πρώτη ανακύκλωση Gauss–Seidel:

$$\mathbf{V}_2^{(1)} = \frac{1}{\mathbf{Y}_{22}} \cdot \left\{ \frac{P_2 - jQ_2}{\left[\mathbf{V}_2^{(0)}\right]^*} - \mathbf{Y}_{21} \cdot \mathbf{V}_1 - \mathbf{Y}_{23} \cdot \mathbf{V}_3^{(0)} \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_2^{(1)} = \frac{1}{26 - j52} \cdot \left\{ \frac{-2{,}566 + j1{,}102}{\left[1\angle 0^0\right]^*} + (10 - j20) \cdot (1{,}05\angle 0^0) + (16 - j32) \cdot (1\angle 0^0) \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_2^{(1)} = (0{,}9825 - j0{,}0310) \ \ \alpha\mu$$

Ερώτημα 1: Λύση

Πρώτη ανακύκλωση Gauss–Seidel:

$$\mathbf{V}_3^{(1)} = \frac{1}{\mathbf{Y}_{33}} \cdot \left\{ \frac{P_3 - jQ_3}{\left[\mathbf{V}_3^{(0)}\right]^*} - \mathbf{Y}_{31} \cdot \mathbf{V}_1 - \mathbf{Y}_{32} \cdot \mathbf{V}_2^{(1)} \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_3^{(1)} = \frac{1}{26 - j62} \cdot \left\{ \frac{-1{,}386 + j0{,}452}{\left[1\angle 0^0\right]^*} + (10 - j30) \cdot (1{,}05\angle 0^0) + (16 - j32) \cdot (0{,}9825 - j0{,}0310) \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_3^{(1)} = (1{,}0011 - j0{,}0353) \ \ \alpha\mu$$

Ερώτημα 1: Λύση

Ανακύκλωση	V_2 (αμ)	V_3 (αμ)
1	$0{,}9825 - j\,0{,}0310$	$1{,}0011 - j\,0{,}0353$
2	$0{,}9816 - j\,0{,}0520$	$1{,}0008 - j\,0{,}0459$
3	$0{,}9808 - j\,0{,}0578$	$1{,}0004 - j\,0{,}0488$
4	$0{,}9801 - j\,0{,}0598$	$1{,}0002 - j\,0{,}0497$
5	$0{,}9801 - j\,0{,}0599$	$1{,}0001 - j\,0{,}0499$
6	$0{,}9801 - j\,0{,}0599$	$1{,}0000 - j\,0{,}0500$
7	$0{,}9800 - j\,0{,}0600$	$1{,}0000 - j\,0{,}0500$

Ερώτημα 1: Λύση

Τελική λύση:

$$\boxed{\mathbf{V}_2 = (0{,}9800 - j0{,}0600)\ \text{αμ} = 0{,}98183\angle -3{,}5035^0\ \ \text{αμ}}$$

$$\boxed{\mathbf{V}_3 = (1{,}0000 - j0{,}0500)\ \text{αμ} = 1{,}00125\angle -2{,}8624^0\ \ \text{αμ}}$$

Ερώτημα 2: Λύση

Μιγαδική εξίσωση ροής φορτίου του ζυγού 1:

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{Y}_{11}^* \cdot V_1^2 + \mathbf{Y}_{12}^* \cdot \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{V}_2^* + \mathbf{Y}_{13}^* \cdot \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{V}_3^* \Rightarrow$$

$$\mathbf{S}_1 = (20 + j50) \cdot 1{,}05^2 + (-10 - j20) \cdot 1{,}05 \cdot (0{,}98 + j0{,}06) + (-10 - j30) \cdot 1{,}05 \cdot (1{,}00 + j0{,}05) \Rightarrow$$

$$\boxed{\mathbf{S}_1 = (4{,}095 + j1{,}89)\ \text{αμ} = 409{,}5\ \text{MW} + j189\ \text{MVAR}}$$

Ερώτημα 3: Λύση

Ροή ενεργού ισχύος στη γραμμή μεταφοράς 1–2:

$$P_{12} = (g_{12} + g_{s12}) \cdot V_1^2 - V_1 \cdot V_2 \cdot g_{12} \cdot cos(\delta_1 - \delta_2) - V_1 \cdot V_2 \cdot b_{12} \cdot sin(\delta_1 - \delta_2) \Rightarrow$$

$$P_{12} = (10+0) \cdot 1{,}05^2 - 1{,}05 \cdot 0{,}98183 \cdot 10 \cdot cos(0^0 + 3{,}5035^0) - 1{,}05 \cdot 0{,}98183 \cdot (-20) \cdot sin(0^0 + 3{,}5035^0) \Rightarrow$$

$$\boxed{P_{12} = 1{,}995 \ \text{αμ} = 199{,}5 \ \text{MW}}$$

Ερώτημα 3: Λύση

Ροή αέργου ισχύος στη γραμμή μεταφοράς 1–2:

$$Q_{12} = -(b_{12} + b_{s12}) \cdot V_1^2 - V_1 \cdot V_2 \cdot g_{12} \cdot sin(\delta_1 - \delta_2) + V_1 \cdot V_2 \cdot b_{12} \cdot cos(\delta_1 - \delta_2) \Rightarrow$$

$$Q_{12} = -(-20 + 0) \cdot 1{,}05^2 - 1{,}05 \cdot 0{,}98183 \cdot 10 \cdot sin(0^0 + 3{,}5035^0) + 1{,}05 \cdot 0{,}98183 \cdot (-20) \cdot cos(0^0 + 3{,}5035^0) \Rightarrow$$

$$\boxed{Q_{12} = 0{,}84 \ \ \text{αμ} = 84 \ \ \text{MVAR}}$$

Αντίστοιχα, υπολογίζεται ότι:

$$\boxed{P_{21} = -191{,}0 \ \ \text{MW}} \qquad \boxed{Q_{21} = -67 \ \ \text{MVAR}}$$

Ερώτημα 3: Λύση

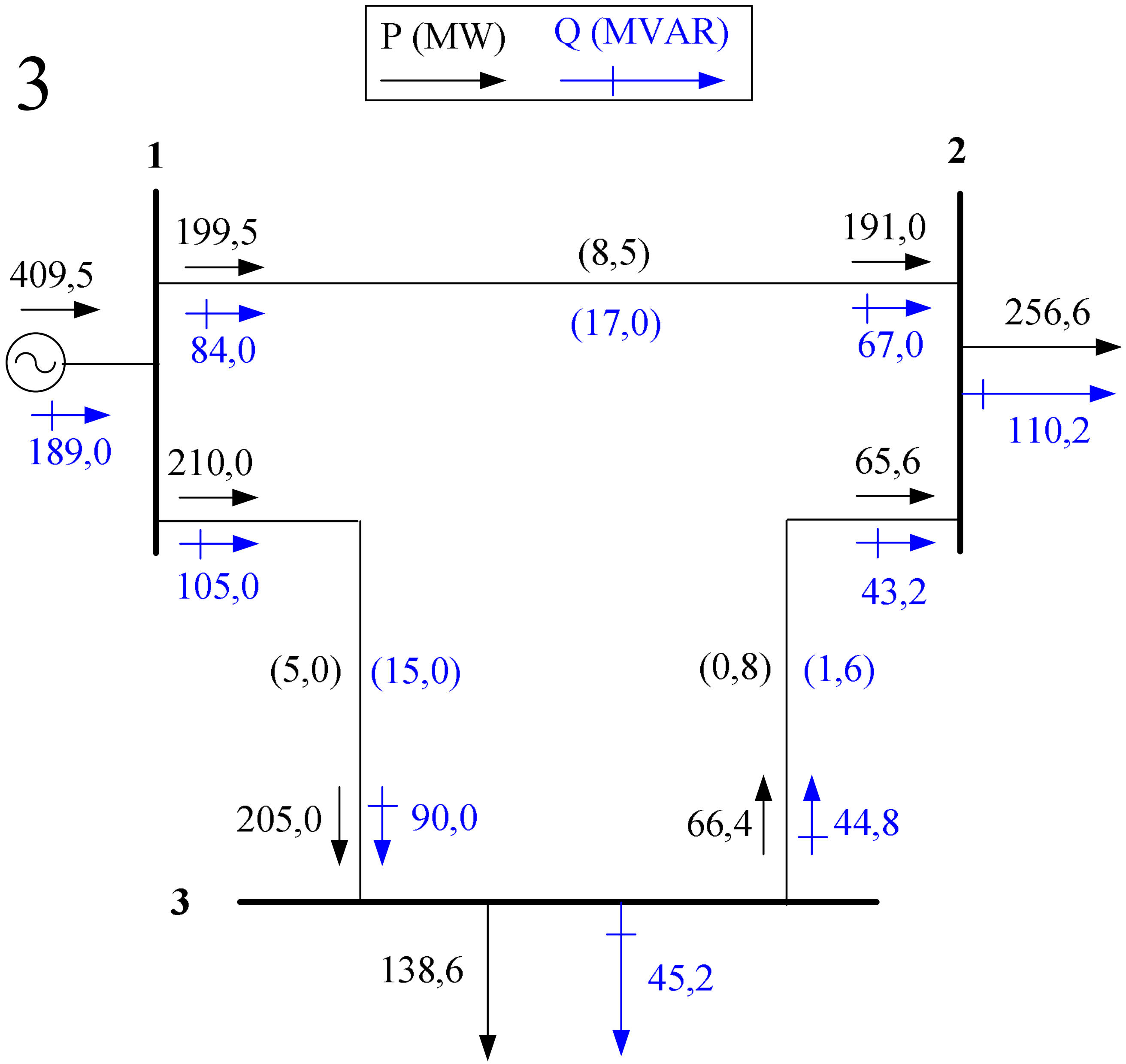
Απώλειες ενεργού ισχύος στη γραμμή μεταφοράς 1–2:

$$PLoss_{12} = P_{12} + P_{21} = 199{,}5 - 191 \Rightarrow \qquad \boxed{PLoss_{12} = 8{,}5 \ \text{MW}}$$

Απώλειες αέργου ισχύος στη γραμμή μεταφοράς 1–2:

$$QLoss_{12} = Q_{12} + Q_{21} = 84 - 67 \Rightarrow \qquad \boxed{QLoss_{12} = 17{,}0 \ \text{MVAR}}$$

Ερώτημα 3

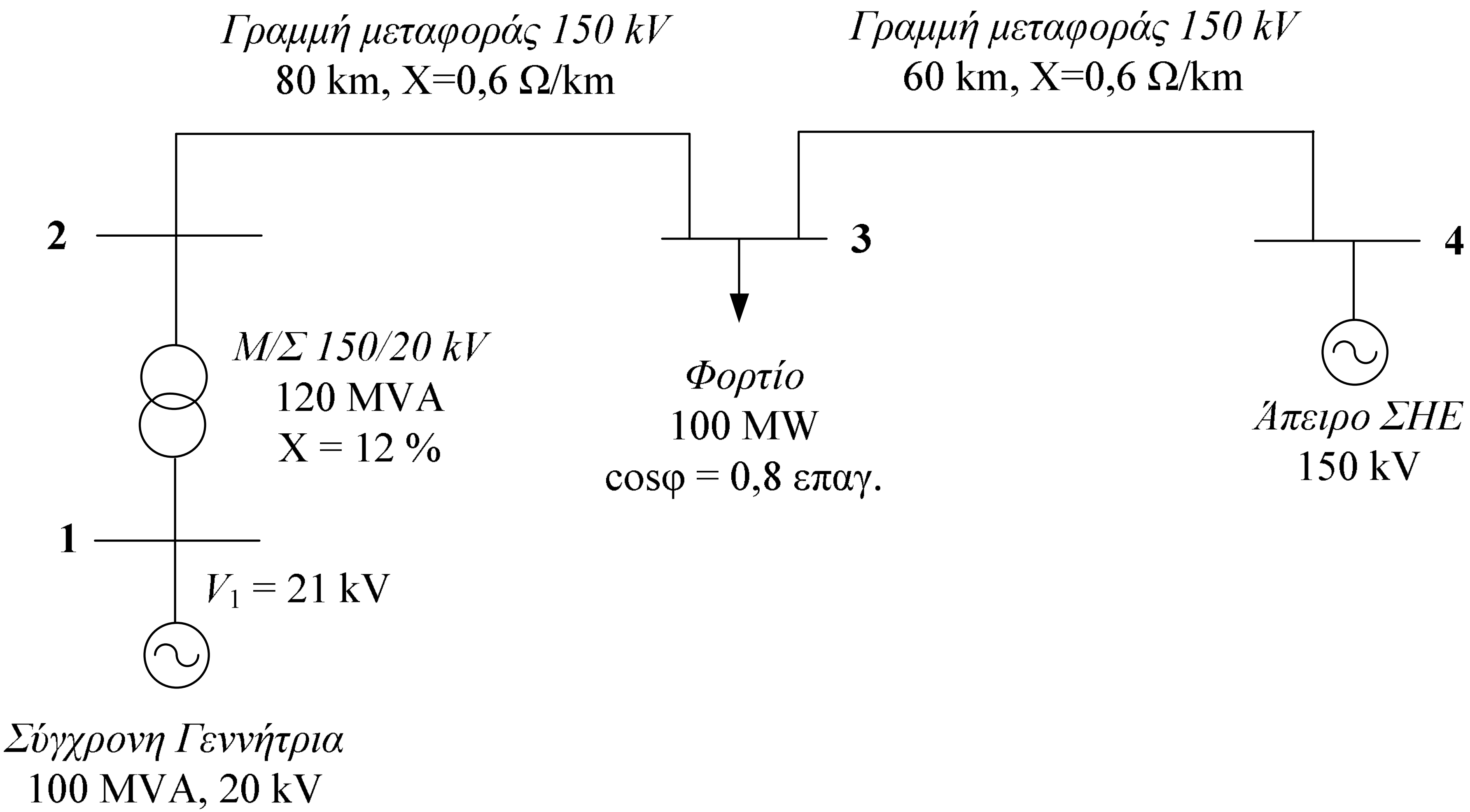

P (MW)
Q (MVAR)
1
2
3
409,5
189,0
199,5
84,0
(8,5)
(17,0)
191,0
67,0
256,6
110,2
210,0
105,0
65,6
43,2
(5,0)
(15,0)
(0,8)
(1,6)
205,0
90,0
66,4
44,8
138,6
45,2

Παράδειγμα 10.2: Εκφώνηση

Δίνεται το τριφασικό ΣΗΕ 50 Hz του Σχήματος (της επόμενης διαφάνειας), το οποίο τροφοδοτείται από άπειρο ΣΗΕ και από σύγχρονη γεννήτρια που λειτουργεί υπό τάση V_1 = 21 kV. Αμελείται η ωμική αντίσταση όλων των στοιχείων του ΣΗΕ καθώς και η εγκάρσια αγωγιμότητα των γραμμών. Ζητούνται:

1. Το μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα σε ανά μονάδα (α.μ.) τιμές, με όλα τα μεγέθη ανηγμένα σε βάση ισχύος 100 MVA και τάσεως 150 kV στην πλευρά των γραμμών μεταφοράς.
2. Ο πίνακας αγωγιμοτήτων του δικτύου.
3. Η μιγαδική εξίσωση ροής φορτίου για τον ζυγό 3.
4. Εάν η σύγχρονη γεννήτρια λειτουργεί υπό τάση ακροδεκτών V_1 = 21 kV και παράγει ενεργό ισχύ 80 MW και άεργο ισχύ 60 MVAR, να υπολογιστεί το μέτρο της τάσης του ζυγού 3 και η ενεργός και άεργος ισχύς στον ζυγό 3 της γραμμής μεταφοράς 23 και της γραμμής μεταφοράς 43.
5. Η τάση διέγερσης και η γωνία ροπής της γεννήτριας, για τις συνθήκες λειτουργίας του προηγούμενου ερωτήματος. Η σύγχρονη αντίδραση της γεννήτριας είναι X_S = 1,0 α.μ. επί των ονομαστικών της μεγεθών.

Παράδειγμα 10.2: Εκφώνηση



Ερώτημα 1: Λύση

$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} = \frac{(150 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 10^6} = \frac{150^2}{100} \Rightarrow Z_B = 225 \ \ \Omega$$

$$\hat{Z}_{23,\alpha\mu} = \frac{jX_{23}}{Z_B} = \frac{j\left(0{,}6 \ \frac{\Omega}{\text{km}}\right)\cdot(80 \ \ \text{km})}{225 \ \ \Omega} \Rightarrow \hat{Z}_{23,\alpha\mu} = j0{,}213 \ \ \alpha\mu$$

$$\hat{Z}_{34,\alpha\mu} = \frac{jX_{34}}{Z_B} = \frac{j\left(0{,}6 \ \frac{\Omega}{\text{km}}\right)\cdot(60 \ \ \text{km})}{225 \ \ \Omega} \Rightarrow \hat{Z}_{34,\alpha\mu} = j0{,}16 \ \ \alpha\mu$$

$$\hat{Z}_{12,new,\alpha\mu} = \hat{Z}_{12,old,\alpha\mu} \cdot \left(\frac{V_{1,old}}{V_{1,new}}\right)^2 \cdot \left(\frac{S_{new}}{S_{old}}\right) = j0{,}12 \cdot \left(\frac{20}{20}\right)^2 \cdot \left(\frac{100}{120}\right) \Rightarrow \hat{Z}_{12,new,\alpha\mu} = j0{,}10 \ \ \alpha\mu$$

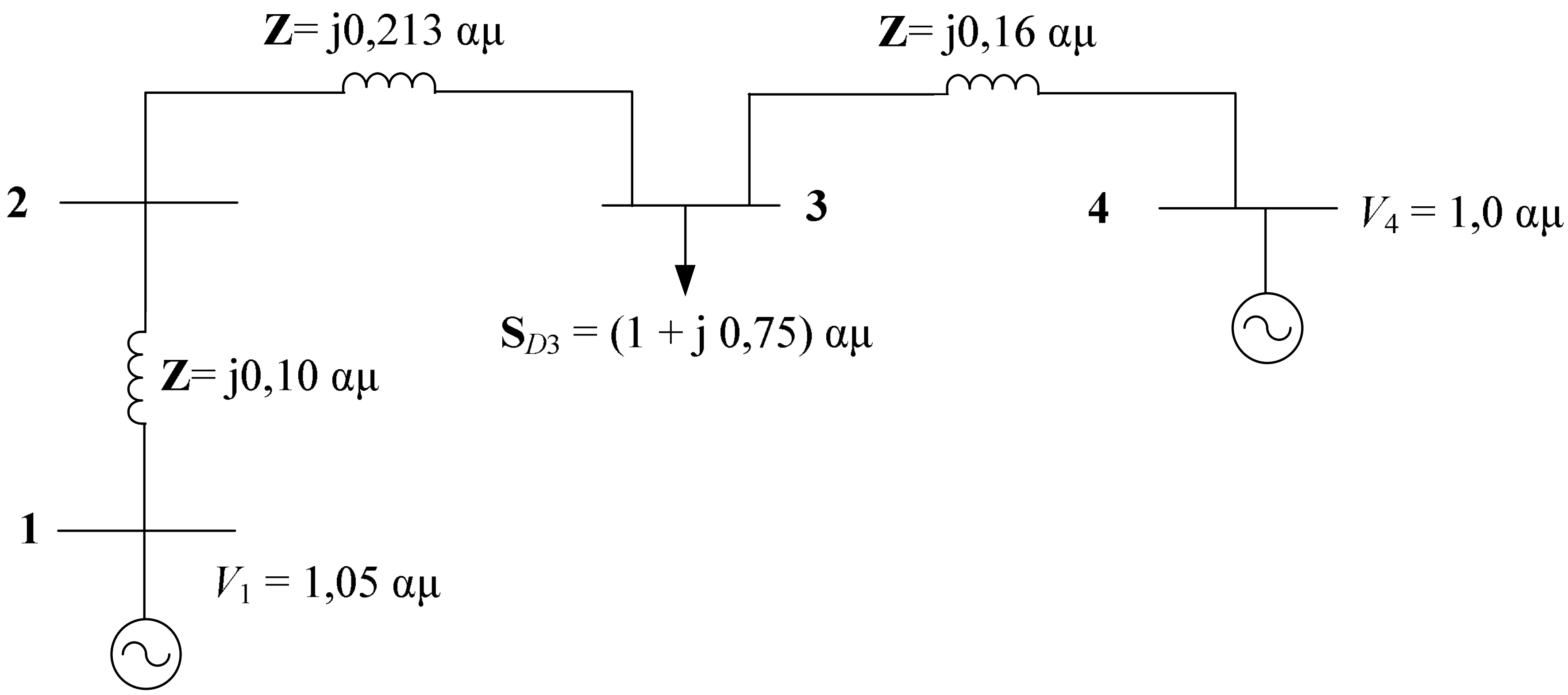
Ερώτημα 1: Λύση

$$cos\varphi = 0{,}8 \Rightarrow tan\varphi = 0{,}75$$

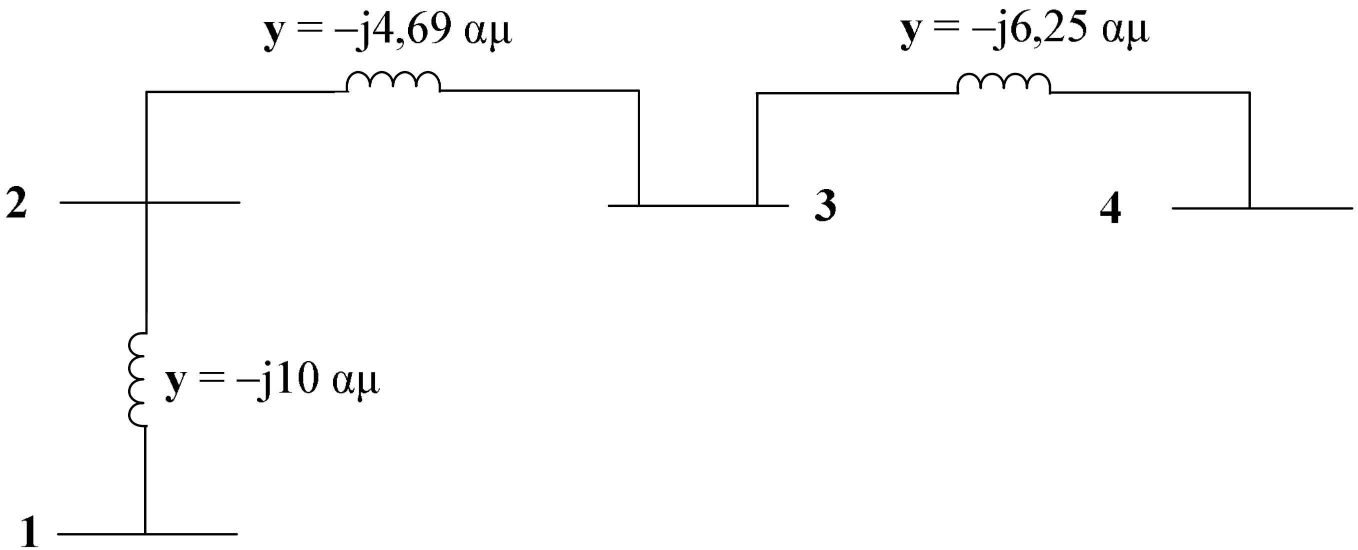
$$\hat{S}_{D3,\alpha\mu} = \frac{P_{D3} + jQ_{D3}}{S_B} = \frac{P_{D3} + jP_{D3} \cdot tan\varphi}{S_B} = \frac{100\ \text{MW} + j100 \cdot 0{,}75\ \text{MVAR}}{100\ \text{MVA}} \Rightarrow \hat{S}_{D3,\alpha\mu} = (1 + j0{,}75)\ \ \alpha\mu$$

$$V_{1,\alpha\mu} = \frac{V_1}{V_{B1}} = \frac{21\ \ \text{kV}}{20\ \ \text{kV}} \Rightarrow V_{1,\alpha\mu} = 1{,}05\ \ \alpha\mu$$

Ερώτημα 1: Λύση



Ερώτημα 2: Λύση



$$[\mathbf{Y}] = j\begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & -14{,}69 & 4{,}69 & 0 \\ 0 & 4{,}69 & -10{,}94 & 6{,}25 \\ 0 & 0 & 6{,}25 & -6{,}25 \end{bmatrix} \text{αμ}$$

Ερώτημα 3: Λύση

$$\mathbf{S}_{G3} - \mathbf{S}_{D3} = \mathbf{Y}_{33}^{*} \cdot V_3^2 + \mathbf{V}_3 \cdot \left[\mathbf{Y}_{32}^{*} \cdot \mathbf{V}_2^{*} + \mathbf{Y}_{34}^{*} \cdot \mathbf{V}_4^{*}\right]$$

$$\mathbf{V}_2 = V_2\angle\delta_2 \quad , \quad \mathbf{V}_3 = V_3\angle\delta_3 \quad , \quad \mathbf{V}_4 = 1{,}0\angle 0^0$$

$$\mathbf{S}_{G3} = 0 \quad , \quad \mathbf{S}_{D3} = 1 + j0{,}75$$

$$\mathbf{Y}_{33} = -j10{,}74 \quad , \quad \mathbf{Y}_{32} = j4{,}69 \quad , \quad \mathbf{Y}_{34} = j6{,}25$$

$$\boxed{-1 - j0{,}75 = j10{,}94 \cdot V_3^2 + V_3 \cdot e^{j\delta_3} \cdot \left[- j4{,}69 \cdot V_2 \cdot e^{-j\delta_2} - j6{,}25 \cdot 1\right]}$$

Ερώτημα 4: Λύση

$$V_1 = \frac{21\ \text{kV}}{20\ \text{kV}} \Rightarrow V_1 = 1{,}05\ \text{αμ}$$

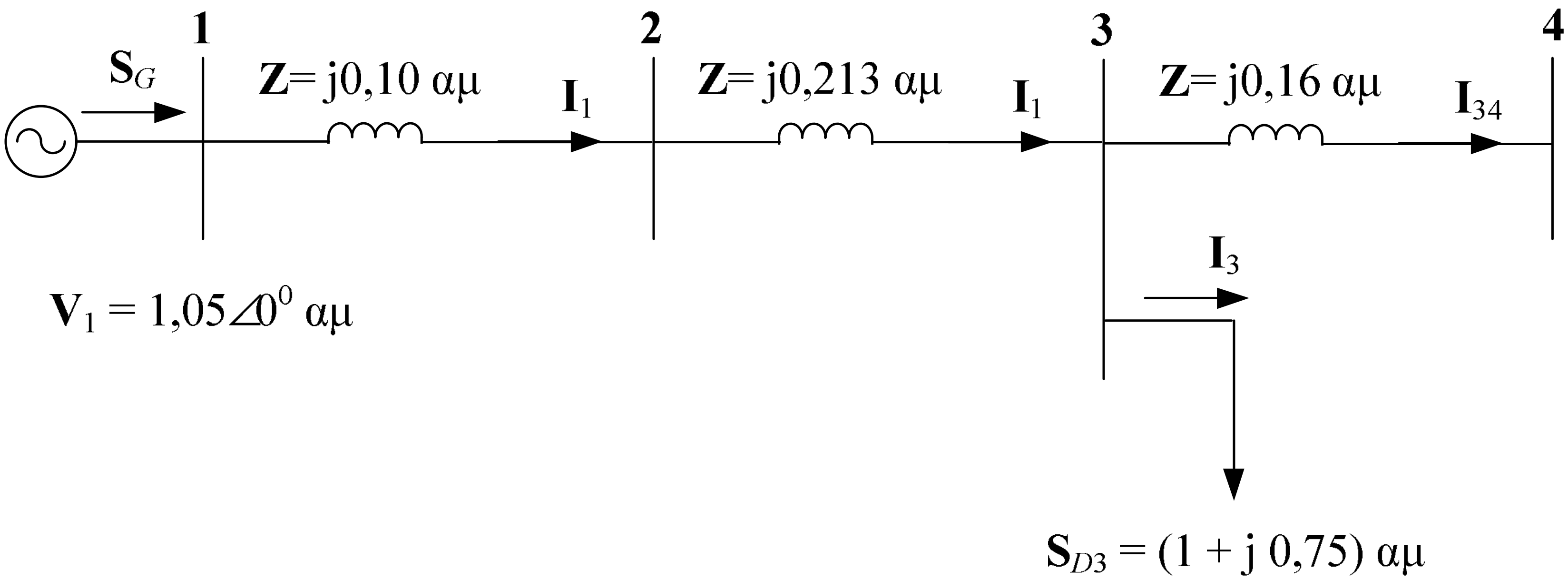
$$P_G = \frac{80\ \text{MW}}{100\ \text{MVA}} \Rightarrow P_G = 0{,}8\ \text{αμ}$$

$$Q_G = \frac{60\ \text{MVAR}}{100\ \text{MVA}} \Rightarrow Q_G = 0{,}6\ \text{αμ}$$

$$\mathbf{S}_G = (0{,}8 + j0{,}6)\ \text{αμ}$$

$$\mathbf{S}_G = \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{I}_1^* \Rightarrow \mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{S}_G^*}{\mathbf{V}_1^*} \Rightarrow \mathbf{I}_1 = \frac{0{,}8 - j0{,}6}{1{,}05\angle 0^0} \Rightarrow \mathbf{I}_1 = 0{,}952\angle -36{,}87^0\ \text{αμ}$$

Ερώτημα 4: Λύση



$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{V}_1 - j0{,}313 \cdot \mathbf{I}_1 \Rightarrow \mathbf{V}_3 = 1{,}05 - j0{,}313 \cdot \left(0{,}952\angle -36{,}87^0\right) \Rightarrow \mathbf{V}_3 = 0{,}903\angle -15{,}31^0 \ \text{αμ}$$

$$V_3 = (0{,}903 \ \text{αμ}) \cdot (150 \ \text{kV}) \Rightarrow \quad \boxed{V_3 = 135{,}45 \ \text{kV}}$$

Ερώτημα 4: Λύση

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_1 - j0{,}10 \cdot \mathbf{I}_1 \Rightarrow \mathbf{V}_2 = 1{,}05 - j0{,}10 \cdot \left(0{,}952\angle -36{,}87^0\right) \Rightarrow \mathbf{V}_2 = 0{,}996\angle -4{,}388^0 \text{ αμ}$$

$$\mathbf{S}_{D3} = \mathbf{V}_3 \cdot \mathbf{I}_3^* \Rightarrow \mathbf{I}_3 = \frac{\mathbf{S}_{D3}^*}{\mathbf{V}_3^*} \Rightarrow \mathbf{I}_3 = \frac{1{,}0 - j0{,}75}{0{,}903\angle 15{,}31^0} \Rightarrow \mathbf{I}_3 = 1{,}384\angle -52{,}18^0 \text{ αμ}$$

$$\mathbf{I}_{34} = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_3 \Rightarrow \mathbf{I}_{34} = \left(0{,}952\angle -36{,}87^0\right) - \left(1{,}384\angle -52{,}18^0\right) \Rightarrow \mathbf{I}_{34} = 0{,}529\angle 99{,}437^0 \text{ αμ}$$

$$\mathbf{V}_4 = \mathbf{V}_3 - j0{,}16 \cdot \mathbf{I}_{34} \Rightarrow \mathbf{V}_4 = \left(0{,}903\angle -15{,}31^0\right) - j0{,}16 \cdot \left(0{,}529\angle 99{,}437^0\right) \Rightarrow \mathbf{V}_4 = 0{,}981\angle -13{,}239^0 \text{ αμ}$$

Ερώτημα 4: Λύση, Πρώτος Τρόπος

$$P_{32} = \frac{V_3 \cdot V_2 \cdot \sin(\delta_3 - \delta_2)}{X_{32}} = \frac{0,903 \cdot 0,996 \cdot \sin(-15,31^0 + 4,388^0)}{0,213} = -0,8 \text{ αμ} \Rightarrow \boxed{P_{32} = -80 \text{ MW}}$$

$$Q_{32} = \frac{V_3^2 - V_3 \cdot V_2 \cdot \cos(\delta_3 - \delta_2)}{X_{32}} = \frac{0,903^2 - 0,903 \cdot 0,996 \cdot \cos(-15,31^0 + 4,388^0)}{0,213} = -0,3161 \text{ αμ} \Rightarrow \boxed{Q_{32} = -31,61 \text{ MVAR}}$$

$$P_{34} = \frac{V_3 \cdot V_4 \cdot sin(\delta_3 - \delta_4)}{X_{34}} = \frac{0,903 \cdot 0,981 \cdot sin(-15,31^0 + 13,239^0)}{0,16} = -0,2 \text{ αμ} \Rightarrow \boxed{P_{34} = -20 \text{ MW}}$$

$$Q_{34} = \frac{V_3^2 - V_3 \cdot V_4 \cdot cos(\delta_3 - \delta_4)}{X_{34}} = \frac{0,903^2 - 0,903 \cdot 0,981 \cdot cos(-15,31^0 + 13,239^0)}{0,16} = -0,4339 \text{ αμ} \Rightarrow \boxed{Q_{34} = -43,39 \text{ MW}}$$

Ερώτημα 4: Λύση, Δεύτερος Τρόπος

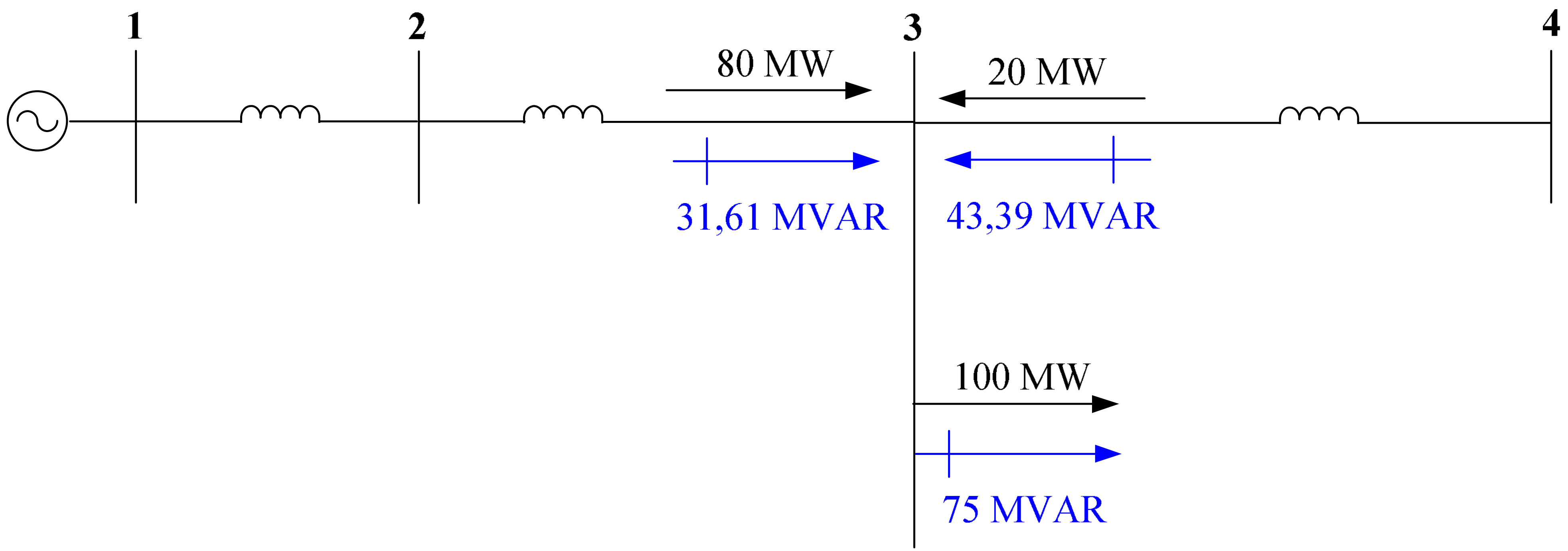
$$\mathbf{S}_{32} = P_{32} + jQ_{32} = \mathbf{V}_3 \cdot \left(-\mathbf{I}_1^*\right) = \left(0{,}903\angle -15{,}31^0\right) \cdot \left(-0{,}952\angle 36{,}87^0\right) = (-0{,}8 - j0{,}3161) \text{ αμ} \Rightarrow$$

$$\boxed{P_{32} = -80 \text{ MW}} \qquad \boxed{Q_{32} = -31{,}61 \text{ MVAR}}$$

$$\mathbf{S}_{34} = P_{34} + jQ_{34} = \mathbf{V}_3 \cdot \mathbf{I}_{34}^* = \left(0{,}903\angle -15{,}31^0\right) \cdot \left(0{,}529\angle -99{,}437^0\right) = (-0{,}2 - j0{,}4339) \text{ αμ} \Rightarrow$$

$$\boxed{P_{34} = -20 \text{ MW}} \qquad \boxed{Q_{34} = -43{,}39 \text{ MVAR}}$$

Ερώτημα 4: Λύση, **Επαλήθευση**



Ισοζύγιο ενεργού ισχύος στον ζυγό 3 (**επαλήθευση**): $\boxed{80+20=100}$

Ισοζύγιο αέργου ισχύος στον ζυγό 3 (**επαλήθευση**): $\boxed{31{,}61+43{,}39=75}$

Ερώτημα 5: Λύση

$$\mathbf{E}_f = \mathbf{V}_1 + jX_S \cdot \mathbf{I}_1 = \left(1{,}05\angle 0^0\right) + j1{,}0 \cdot \left(0{,}952\angle -36{,}87^0\right) \Rightarrow \mathbf{E}_f = 1{,}79\angle 25{,}18^0 \text{ αμ}$$

$$E_f = (1{,}79 \text{ αμ}) \cdot (20 \text{ kV}) \Rightarrow \boxed{E_f = 35{,}8 \text{ kV}}$$

$$\boxed{\delta = 25{,}18^0}$$