



*Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)*

## **Κεφάλαιο 3: Μαγνητικά Πεδία και Κυκλώματα**

*Μάθημα στις 29/10/2021*

*Παύλος Σ. Γεωργιλάκης*

*Αν. Καθ. ΕΜΠ*



## Αυτεπαγωγή και Αλληλεπαγωγή

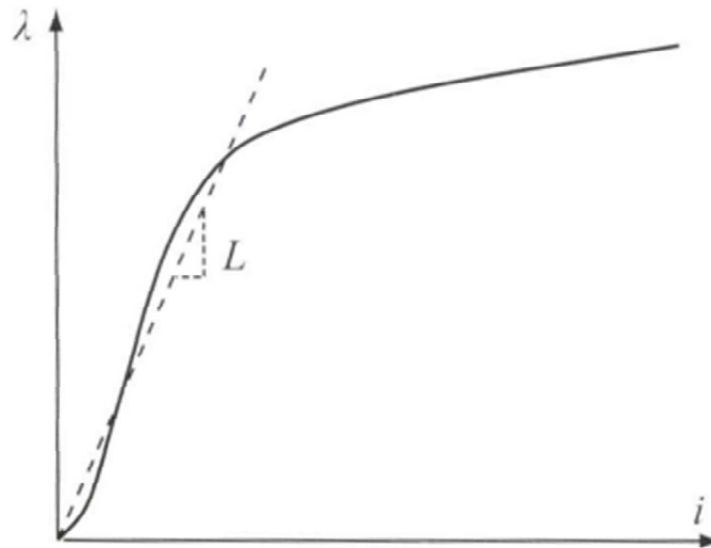
- Ορισμός αυτεπαγωγής:  $L = \frac{\lambda}{i}$  (3.26)
- Η αυτεπαγωγή μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των μεγεθών του μαγνητικού κυκλώματος ως ακολούθως:

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{(N \cdot \varphi)}{i} = \frac{N}{i} \cdot \left( \frac{F}{R} \right) = \frac{N \cdot (N \cdot i)}{i \cdot R} \Rightarrow$$

$$L = \frac{N^2}{R} \quad (3.27)$$



# Αυτεπαγωγή Σιδηρομαγνητικού Υλικού



- Η καμπύλη  $\lambda-i$  ενός σιδηρομαγνητικού υλικού έχει ακριβώς την ίδια μορφή με την καμπύλη μαγνήτισης  $B-H$  του υλικού, επειδή το  $\lambda$  είναι ανάλογο του  $B$  και το  $i$  είναι ανάλογο του  $H$ .
- Στα σιδηρομαγνητικά υλικά η αυτεπαγωγή δεν είναι σταθερή, όμως η κλίση της διακεκομμένης γραμμής στην καμπύλη  $\lambda-i$  δίνει την κατά προσέγγιση σταθερή τιμή της αυτεπαγωγής  $L$ .



## Αλληλεπαγωγή

- Σε ένα μαγνητικό κύκλωμα, η αλληλεπαγωγή ( $L_{12}$ ) μεταξύ δύο τυλιγμάτων είναι ίση με τον λόγο της πεπλεγμένης ροής του πρώτου τυλίγματος ( $\lambda_1$ ) προς το ρεύμα του δεύτερου τυλίγματος ( $i_2$ ), όταν το ρεύμα του πρώτου τυλίγματος είναι ίσο με μηδέν ( $i_1 = 0$ ):

$$L_{12} = \frac{\lambda_1}{i_2} \Big|_{i_1=0} \quad (3.28)$$

- Όταν  $R$  η μαγνητική αντίσταση που συνδέει τα δύο τυλίγματα, τότε:

$$L_{12} = L_{21} = \frac{N_1 \cdot N_2}{R} \quad (3.29)$$



## Μαγνητικό Κύκλωμα με Δύο Διεγέρσεις

- Στην ειδική περίπτωση ενός γραμμικού μαγνητικού κυκλώματος με δύο ηλεκτρικές διεγέρσεις έχουμε:

$$\lambda_1 = L_{11} \cdot i_1 + L_{12} \cdot i_2$$

$$\lambda_2 = L_{21} \cdot i_1 + L_{22} \cdot i_2$$



## Ισχύς και Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου

- Έστω  $p$  η ισχύς και  $W$  η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου

$$p = \frac{dW}{dt} \Rightarrow dW = p \cdot dt \Rightarrow dW = (e \cdot i) \cdot dt \Rightarrow dW = \left( \frac{d\lambda}{dt} \right) \cdot i \cdot dt \Rightarrow$$

$$dW = i \cdot d\lambda \quad (3.30)$$

$$\lambda = N \cdot \varphi \Rightarrow d\lambda = N \cdot d\varphi$$

$$dW = i \cdot d\lambda \Rightarrow dW = i \cdot N \cdot d\varphi \Rightarrow$$

$$dW = F \cdot d\varphi \quad (3.31)$$



## Ισχύς και Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου

$$\varphi = A \cdot B \Rightarrow d\varphi = A \cdot dB$$

$$dW = F \cdot d\varphi \Rightarrow dW = F \cdot A \cdot dB \Rightarrow dW = H \cdot l \cdot A \cdot dB \Rightarrow$$

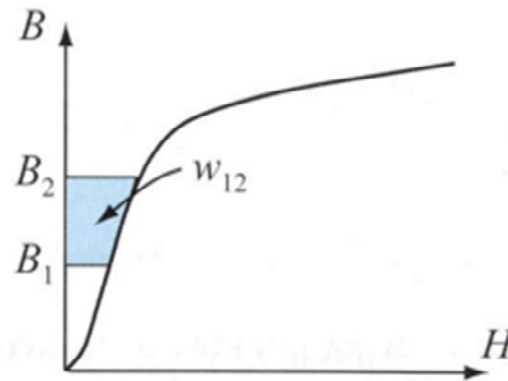
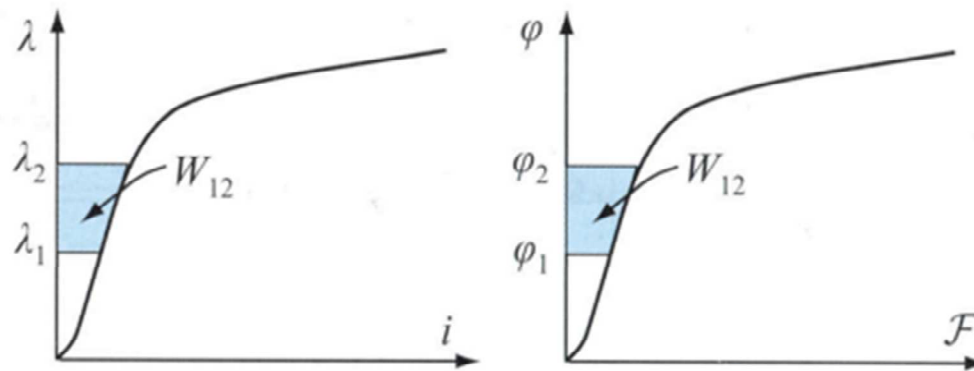
$$dW = A \cdot l \cdot H \cdot dB \quad (3.32)$$

- Η ενέργεια που απαιτείται για να πάει το μαγνητικό πεδίο από την κατάσταση 1 (χαρακτηρίζεται από  $\lambda_1, \varphi_1, B_1$ ) στην κατάσταση 2 (χαρακτηρίζεται από  $\lambda_2, \varphi_2, B_2$ ) είναι:

$$W_{12} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i(\lambda) \cdot d\lambda = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} F(\varphi) \cdot d\varphi = A \cdot l \cdot \int_{B_1}^{B_2} H(B) \cdot dB \quad (3.33)$$



# Ισχύς και Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου







## Ισχύς και Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου

- Για γραμμικά μαγνητικά υλικά, δηλαδή για υλικά για τα οποία η αυτεπαγωγή  $L$ , η μαγνητική αντίσταση  $R$  και η μαγνητική διαπερατότητα  $\mu$  είναι σταθερές και ανεξάρτητες των μεταβλητών ολοκλήρωσης, η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου είναι:

$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2 = \frac{1}{2} \cdot R \cdot \varphi^2 = \frac{1}{2} \cdot A \cdot l \cdot \mu \cdot H^2 \quad (3.34)$$

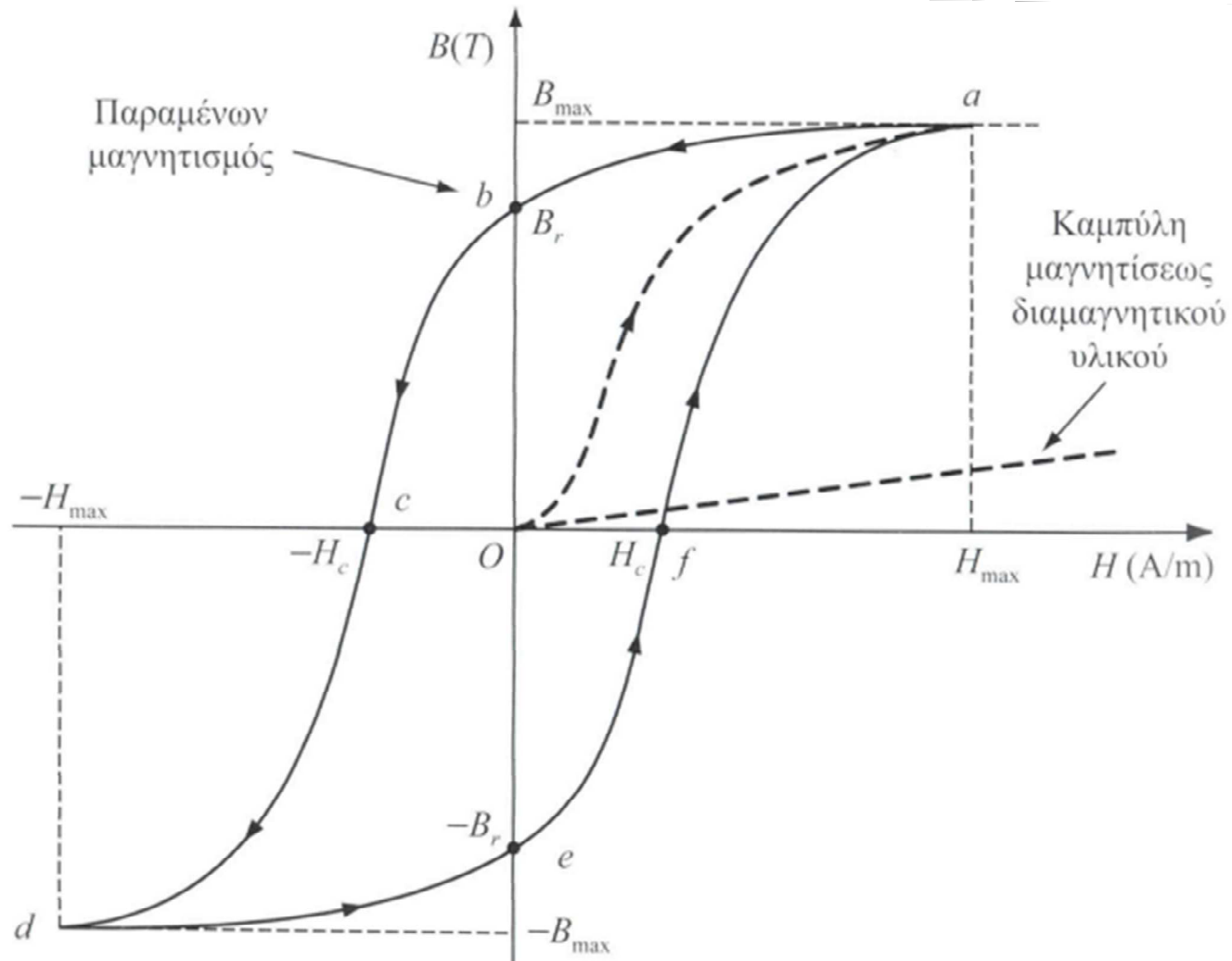


# Μαγνητική Υστέρηση και Απώλειες Πυρήνα

- Οι καμπύλες μαγνήτισης των σιδηρομαγνητικών υλικών που παρουσιάστηκαν έως τώρα αναφέρονται όλες σε υλικά αρχικά μη μαγνητισμένα.
- Όμως, τα σιδηρομαγνητικά υλικά όταν μαγνητίζονται διατηρούν για κάποιο χρονικό διάστημα έναν μαγνητισμό. Η ιδιότητα αυτή προκαλεί το φαινόμενο της **μαγνητικής υστέρησης**.



# Μαγνητική Υστέρηση και Απώλειες Πυρήνα





# Μαγνητική Υστέρηση και Απώλειες Πυρήνα

- Κάθε κύκλος του εναλλασσόμενου ρεύματος διέγερσης αντιστοιχεί σε μία πλήρη αριστερόστροφη περιφορά του βρόχου υστέρησης.
- Ανάλογη με τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος είναι και η ένταση του μαγνητικού πεδίου, άρα και το μέγεθος του βρόχου υστέρησης. Έτσι, κάθε σιδηρομαγνητικό υλικό χαρακτηρίζεται από μία οικογένεια βρόχων υστέρησης.
- Η ισχύς των **απωλειών υστέρησης**  $P_v$  είναι ανάλογη με το εμβαδόν του βρόχου υστέρησης  $\Delta w$ , καθώς και με τον όγκο  $V$  του μαγνητικού πεδίου. Είναι επίσης ανάλογη με τη συχνότητα  $f$  του ρεύματος διέγερσης, δεδομένου ότι χάνεται ενέργεια  $f$  φορές σε κάθε δευτερόλεπτο. Άρα:

$$P_v = f \cdot V \cdot \Delta w \quad (3.35)$$



# Μαγνητική Υστέρηση και Απώλειες Πυρήνα

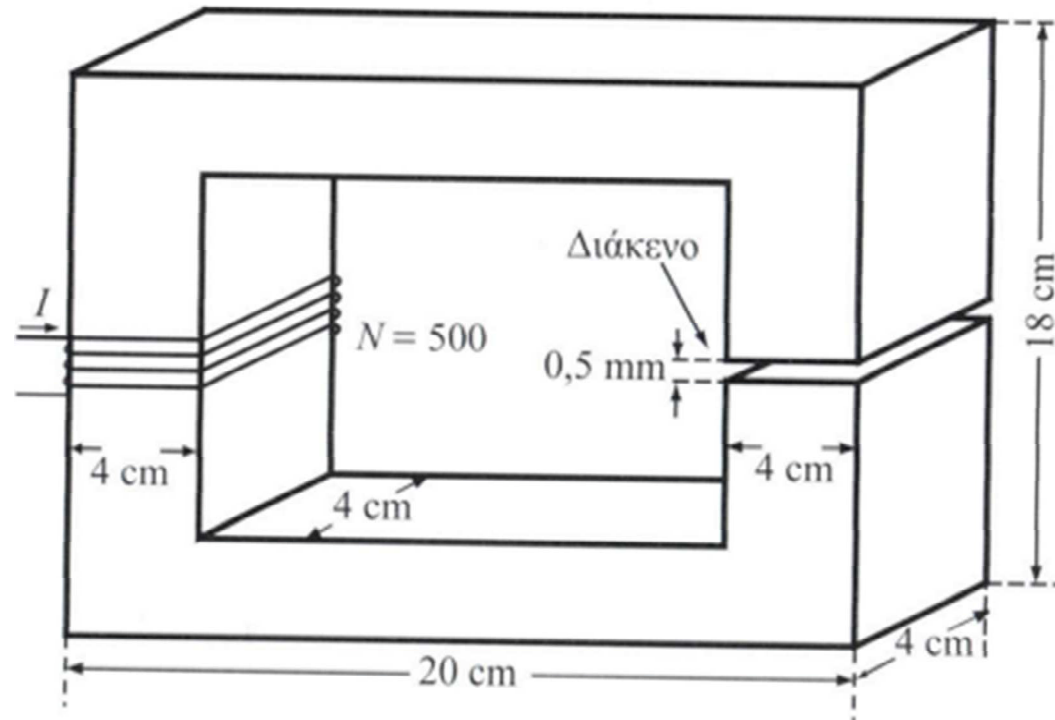
- Στα μαγνητικά κυκλώματα που διεγείρονται από εναλλασσόμενα ρεύματα εμφανίζονται και οι **απώλειες δινορευμάτων**  $P_\delta$ .
- Για τον περιορισμό των απωλειών δινορευμάτων οι πυρήνες κατασκευάζονται από ηλεκτρικά μονωμένα ελάσματα μικρού πάχους.
- Οι απώλειες σιδήρου ή **απώλειες πυρήνα** του μαγνητικού κυκλώματος είναι:

$$P_\pi = P_v + P_\delta \quad (3.36)$$

- Στους μετασχηματιστές διανομής, οι απώλειες υστέρησης είναι περίπου διπλάσιες των απωλειών δινορευμάτων.



## Παράδειγμα, Δεδομένα



- Στο μαγνητικό κύκλωμα του Σχήματος, η σχετική μαγνητική διαπερατότητα του σιδήρου είναι  $\mu_r = 3980$ . Επίσης,  $I = 5 \text{ A}$ .
- Μήκος διακένου  $0,5 \text{ cm}$  (σύμφωνα με την εκφώνηση του αριθμητικού παραδείγματος της ενότητας 3.6.3 της σελίδας 89 του βιβλίου)



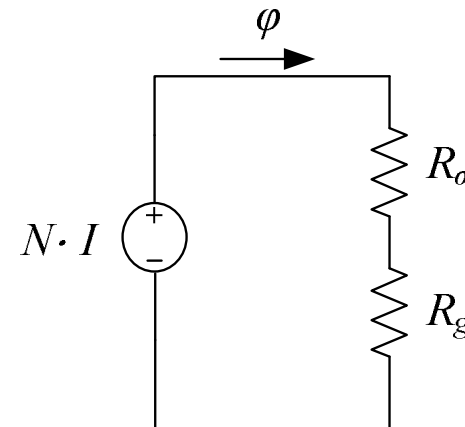
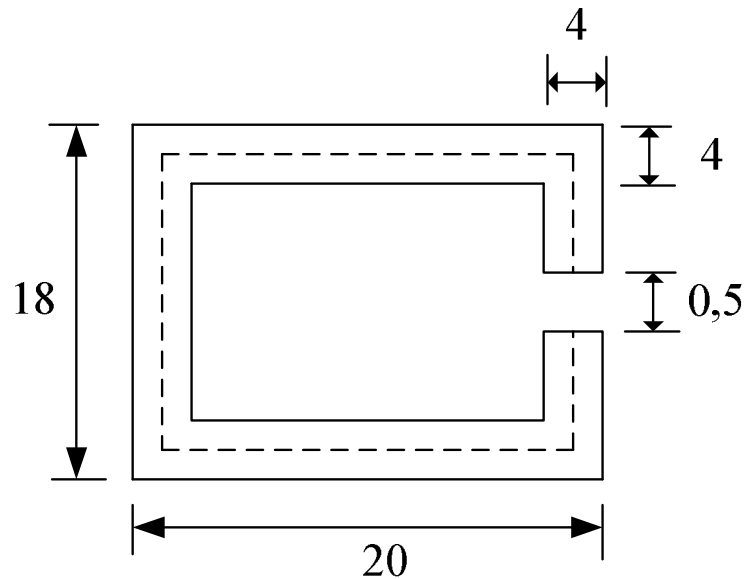
## Παράδειγμα, Ζητούμενα

Να υπολογιστεί η πυκνότητα μαγνητικής ροής στις ακόλουθες περιπτώσεις:

1. Λαμβάνοντας υπόψη τη θυσάνωση και τη μαγνητική αντίσταση του πυρήνα
2. Λαμβάνοντας υπόψη τη θυσάνωση και αγνοώντας τη μαγνητική αντίσταση του πυρήνα
3. Αγνοώντας τη θυσάνωση και λαμβάνοντας υπόψη τη μαγνητική αντίσταση του πυρήνα
4. Αγνοώντας τη θυσάνωση και τη μαγνητική αντίσταση του πυρήνα



## Παράδειγμα, Λύση



Το μήκος της διαδρομής του σιδήρου είναι:

$$l_{\sigma} = 16 + 14 + 16 + 14 - 0,5 \Rightarrow l_{\sigma} = 59,5 \text{ cm} \Rightarrow l_{\sigma} = 0,595 \text{ m}$$





## Παράδειγμα, Λύση

Η μαγνητική αντίσταση του σιδήρου είναι:

$$R_{\sigma} = \frac{l_{\sigma}}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot A} = \frac{0,595}{3980 \cdot (4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}) \cdot (4 \cdot 4 \cdot 10^{-4})} \Rightarrow R_{\sigma} = 74\,354 \frac{\text{A} \cdot \varepsilon}{\text{Wb}}$$

Αγνοώντας τη θυσάνωση, η μαγνητική αντίσταση του διακένου είναι:

$$R_{g0} = \frac{l_g}{\mu_0 \cdot A} = \frac{0,5 \cdot 10^{-2}}{(4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}) \cdot (4 \cdot 4 \cdot 10^{-4})} \Rightarrow R_{g0} = 2\,486\,796 \frac{\text{A} \cdot \varepsilon}{\text{Wb}}$$

Θεωρώντας τη θυσάνωση, η μαγνητική αντίσταση του διακένου είναι:

$$R_g = \frac{l_g}{\mu_0 \cdot A_g} = \frac{0,5 \cdot 10^{-2}}{(4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}) \cdot (4,5 \cdot 4,5 \cdot 10^{-4})} \Rightarrow R_g = 1\,964\,876 \frac{\text{A} \cdot \varepsilon}{\text{Wb}}$$



## Περίπτωση 1, Λύση

Αν ληφθεί υπόψη η θυσάνωση και η μαγνητική αντίσταση του πυρήνα, η μαγνητική επαγωγή είναι:

$$B_1 = \frac{N \cdot I}{A \cdot (R_\sigma + R_g)} = \frac{500 \cdot 5}{(4 \cdot 4 \cdot 10^{-4}) \cdot (74\,354 + 1\,964\,876)} \Rightarrow$$

$$B_1 = 0,766 \text{ T}$$

Αυτή είναι η **σωστή** τιμή του  $B$  (η ακριβής τιμή).



## Περίπτωση 2, Λύση

Αν ληφθεί υπόψη η θυσάνωση και αγνοηθεί η μαγνητική αντίσταση του πυρήνα, η μαγνητική επαγωγή είναι:

$$B_2 = \frac{N \cdot I}{A \cdot R_g} = \frac{500 \cdot 5}{(4 \cdot 4 \cdot 10^{-4}) \cdot 1964876} \Rightarrow$$

$$B_2 = 0,795 \text{ T}$$



## Περίπτωση 3, Λύση

Αν αγνοηθεί η θυσάνωση και ληφθεί υπόψη η μαγνητική αντίσταση του πυρήνα, η μαγνητική επαγωγή είναι:

$$B_3 = \frac{N \cdot I}{A \cdot (R_\sigma + R_{g0})} = \frac{500 \cdot 5}{(4 \cdot 4 \cdot 10^{-4}) \cdot (74\,354 + 2\,486\,796)} \Rightarrow$$

$$B_3 = 0,610 \text{ T}$$



## Περίπτωση 4, Λύση

Αν αγνοηθεί η θυσάνωση και η μαγνητική αντίσταση του πυρήνα, η μαγνητική επαγωγή είναι:

$$B_4 = \frac{N \cdot I}{A \cdot R_{g0}} = \frac{500 \cdot 5}{(4 \cdot 4 \cdot 10^{-4}) \cdot 2\,486\,796} \Rightarrow$$

$$B_4 = 0,628 \text{ T}$$



## Σύνοψη Αποτελεσμάτων

| Θυσάνωση | $R_\sigma$ | $B$ (T) | Σφάλμα (%) |
|----------|------------|---------|------------|
| ✓        | ✓          | 0,766   | 0,0        |
| ✓        | –          | 0,795   | + 3,8      |
| –        | ✓          | 0,610   | – 20,4     |
| –        | –          | 0,628   | – 18,0     |

$$\text{Σφάλμα} = \frac{(B - 0,766)}{0,766} \cdot 100 \%$$