



ΕΜΠ

*Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)*

# **Επαναληπτικό-Ανακεφαλαιωτικό Μάθημα**

*Μάθημα στις 8/1/2021*

**Παύλος Σ. Γεωργιλάκης**

*Αν. Καθ. ΕΜΠ*



## Παράδειγμα 10.2: Εκφώνηση

Δίνεται το τριφασικό ΣΗΕ 50 Hz του Σχήματος (της επόμενης διαφάνειας), το οποίο τροφοδοτείται από άπειρο ΣΗΕ και από σύγχρονη γεννήτρια που λειτουργεί υπό τάση  $V_1 = 21$  kV. Αμελείται η ωμική αντίσταση όλων των στοιχείων του ΣΗΕ καθώς και η εγκάρσια αγωγιμότητα των γραμμών. Ζητούνται:

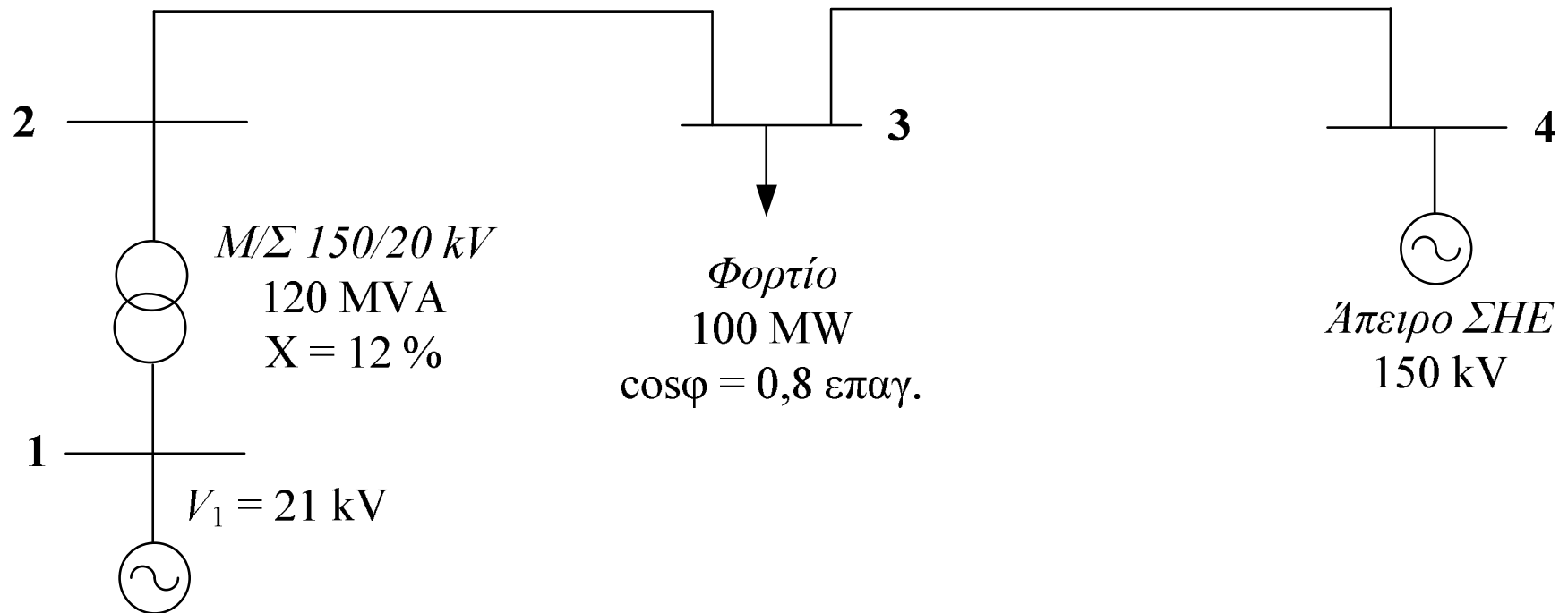
1. Το μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα σε ανά μονάδα (α.μ.) τιμές, με όλα τα μεγέθη ανηγμένα σε βάση ισχύος 100 MVA και τάσεως 150 kV στην πλευρά των γραμμών μεταφοράς.
2. Ο πίνακας αγωγιμοτήτων του δικτύου.
3. Η μιγαδική εξίσωση ροής φορτίου για τον ζυγό 3.
4. Εάν η σύγχρονη γεννήτρια λειτουργεί υπό τάση ακροδεκτών  $V_1 = 21$  kV και παράγει ενεργό ισχύ 80 MW και άεργο ισχύ 60 MVAR, να υπολογιστεί το μέτρο της τάσης του ζυγού 3 και η ενεργός και άεργος ισχύς στον ζυγό 3 της γραμμής μεταφοράς 23 και της γραμμής μεταφοράς 43.
5. Η τάση διέγερσης και η γωνία ροπής της γεννήτριας, για τις συνθήκες λειτουργίας του προηγούμενου ερωτήματος. Η σύγχρονη αντίδραση της γεννήτριας είναι  $X_S = 1,0$  α.μ. επί των ονομαστικών της μεγεθών.



# Παράδειγμα 10.2: Εκφώνηση

Γραμμή μεταφοράς 150 kV  
80 km,  $X=0,6 \Omega/\text{km}$

Γραμμή μεταφοράς 150 kV  
60 km,  $X=0,6 \Omega/\text{km}$



Σύγχρονη Γεννήτρια  
100 MVA, 20 kV



## Ερώτημα 1: Λύση

$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} = \frac{(150 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 10^6} = \frac{150^2}{100} \Rightarrow Z_B = 225 \ \Omega$$

$$\hat{Z}_{23,\alpha\mu} = \frac{jX_{23}}{Z_B} = \frac{j\left(0,6 \frac{\Omega}{\text{km}}\right) \cdot (80 \text{ km})}{225 \ \Omega} \Rightarrow \hat{Z}_{23,\alpha\mu} = j0,213 \ \alpha\mu$$

$$\hat{Z}_{34,\alpha\mu} = \frac{jX_{34}}{Z_B} = \frac{j\left(0,6 \frac{\Omega}{\text{km}}\right) \cdot (60 \text{ km})}{225 \ \Omega} \Rightarrow \hat{Z}_{34,\alpha\mu} = j0,16 \ \alpha\mu$$

$$\hat{Z}_{12,new,\alpha\mu} = \hat{Z}_{12,old,\alpha\mu} \cdot \left(\frac{V_{1,old}}{V_{1,new}}\right)^2 \cdot \left(\frac{S_{new}}{S_{old}}\right) = j0,12 \cdot \left(\frac{20}{20}\right)^2 \cdot \left(\frac{100}{120}\right) \Rightarrow \hat{Z}_{12,new,\alpha\mu} = j0,10 \ \alpha\mu$$



# Ερώτημα 1: Λύση

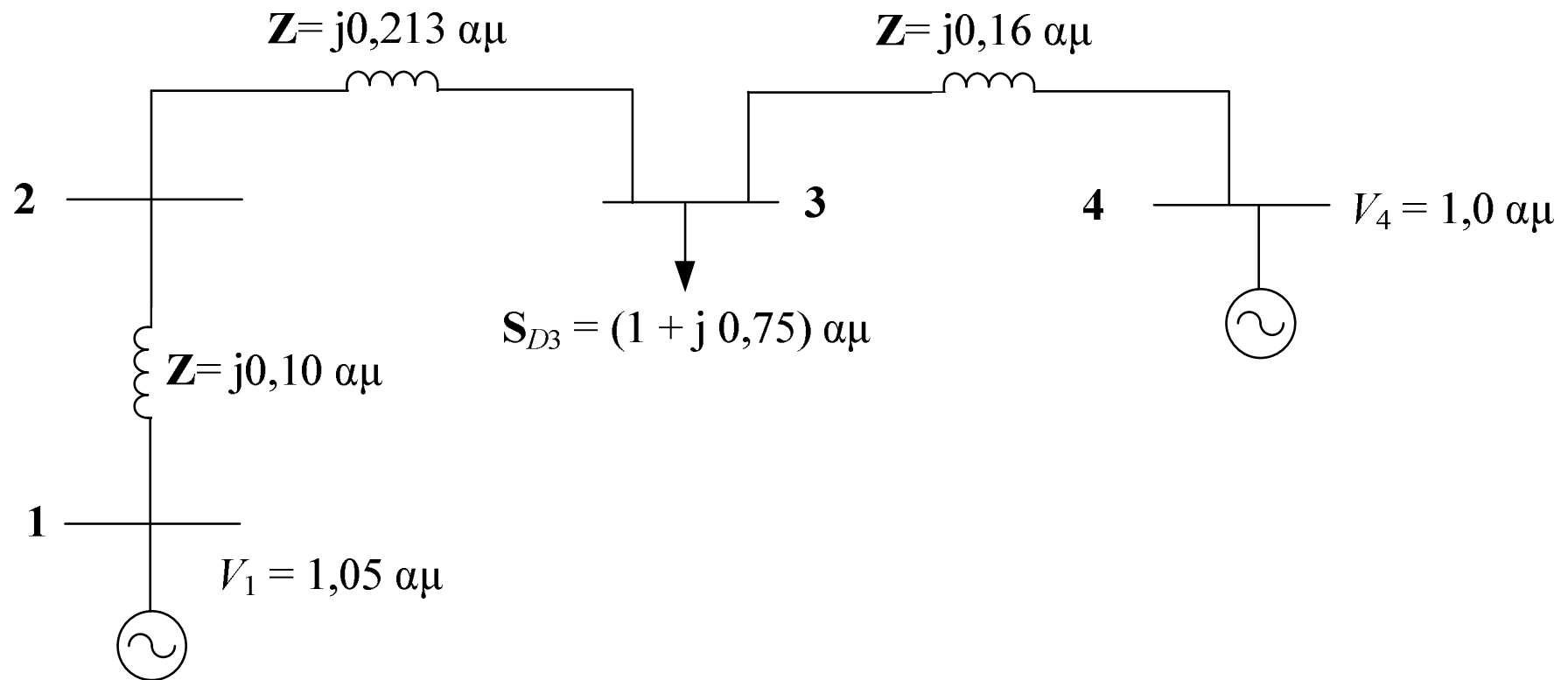
$$\cos \varphi = 0,8 \Rightarrow \tan \varphi = 0,75$$

$$\hat{S}_{D3,\alpha\mu} = \frac{P_{D3} + jQ_{D3}}{S_B} = \frac{P_{D3} + jP_{D3} \cdot \tan \varphi}{S_B} = \frac{100 \text{ MW} + j100 \cdot 0,75 \text{ MVAR}}{100 \text{ MVA}} \Rightarrow \hat{S}_{D3,\alpha\mu} = (1 + j0,75) \text{ αμ}$$

$$V_{1,\alpha\mu} = \frac{V_1}{V_{B1}} = \frac{21 \text{ kV}}{20 \text{ kV}} \Rightarrow V_{1,\alpha\mu} = 1,05 \text{ αμ}$$

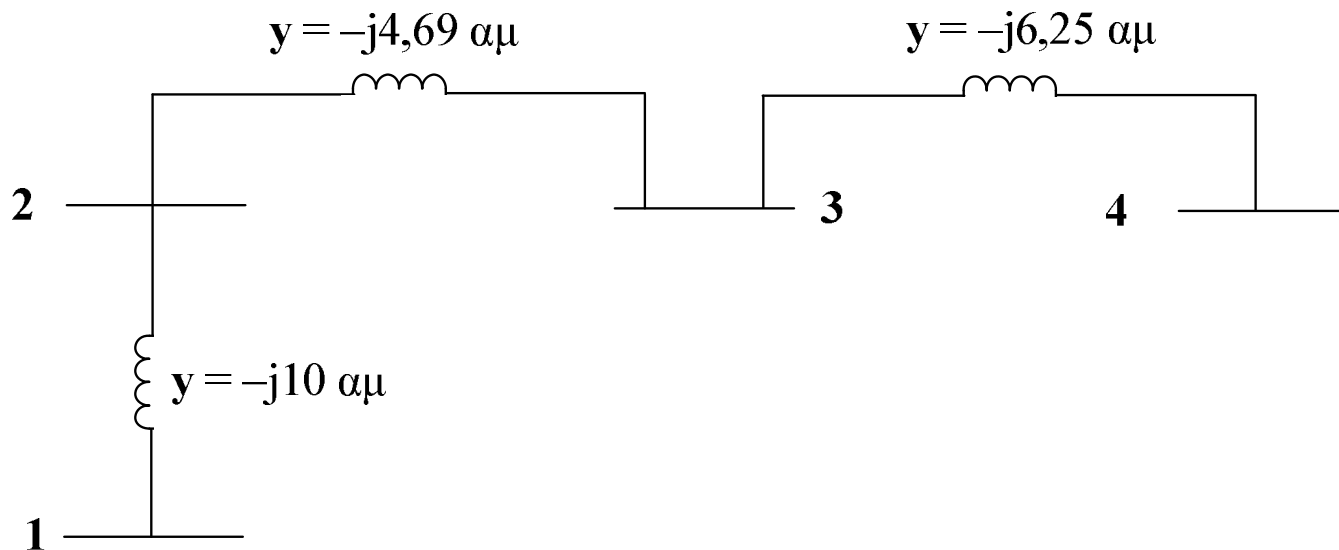


# Ερώτημα 1: Λύση





## Ερώτημα 2: Λύση



$$[\mathbf{Y}] = j \begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & -14,69 & 4,69 & 0 \\ 0 & 4,69 & -10,94 & 6,25 \\ 0 & 0 & 6,25 & -6,25 \end{bmatrix} \text{ αμ}$$



## Ερώτημα 3: Λύση

$$\mathbf{S}_{G3} - \mathbf{S}_{D3} = \mathbf{Y}_{33}^* \cdot V_3^2 + V_3 \cdot [\mathbf{Y}_{32}^* \cdot V_2^* + \mathbf{Y}_{34}^* \cdot V_4^*]$$

$$V_2 = V_2 \angle \delta_2 \quad , \quad V_3 = V_3 \angle \delta_3 \quad , \quad V_4 = 1,0 \angle 0^0$$

$$\mathbf{S}_{G3} = 0 \quad , \quad \mathbf{S}_{D3} = 1 + j0,75$$

$$\mathbf{Y}_{33} = -j10,74 \quad , \quad \mathbf{Y}_{32} = j4,69 \quad , \quad \mathbf{Y}_{34} = j6,25$$

$$-1 - j0,75 = j10,94 \cdot V_3^2 + V_3 \cdot e^{j\delta_3} \cdot [-j4,69 \cdot V_2 \cdot e^{-j\delta_2} - j6,25 \cdot 1]$$





## Ερώτημα 4: Λύση

$$V_1 = \frac{21 \text{ kV}}{20 \text{ kV}} \Rightarrow V_1 = 1,05 \text{ αμ}$$

$$P_G = \frac{80 \text{ MW}}{100 \text{ MVA}} \Rightarrow P_G = 0,8 \text{ αμ}$$

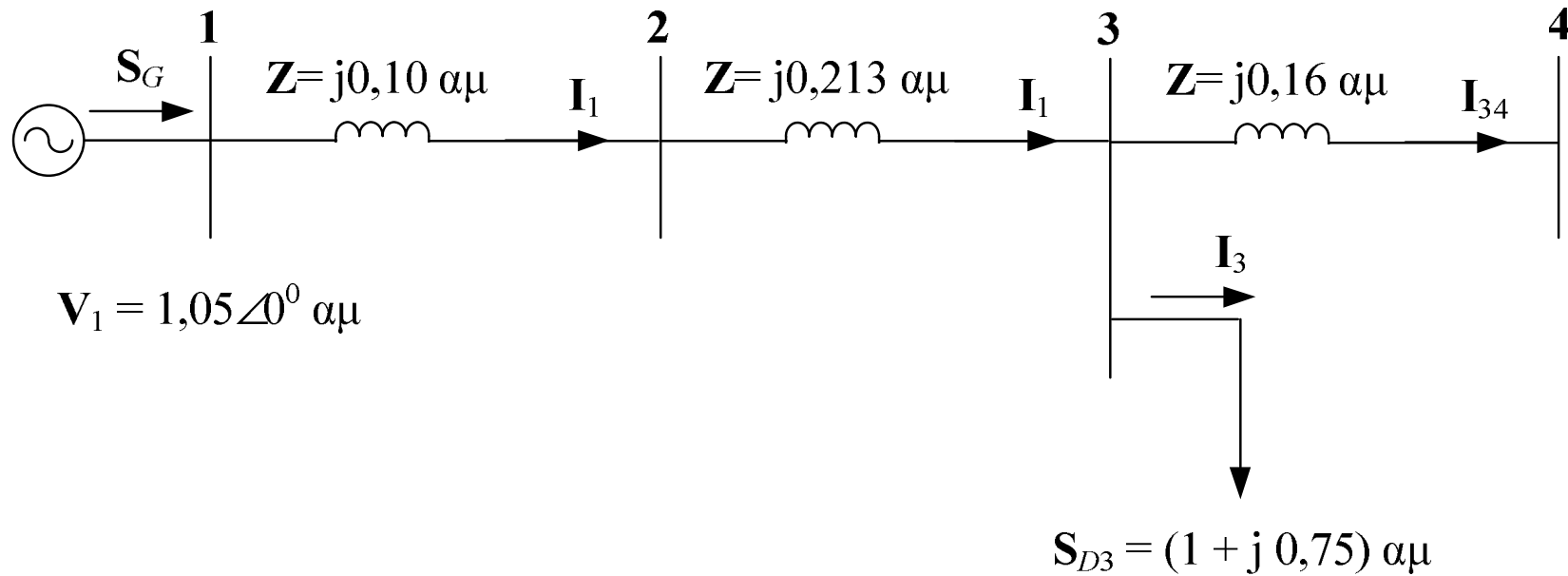
$$Q_G = \frac{60 \text{ MVAR}}{100 \text{ MVA}} \Rightarrow Q_G = 0,6 \text{ αμ}$$

$$S_G = (0,8 + j0,6) \text{ αμ}$$

$$S_G = V_1 \cdot I_1^* \Rightarrow I_1 = \frac{S_G^*}{V_1^*} \Rightarrow I_1 = \frac{0,8 - j0,6}{1,05 \angle 0^\circ} \Rightarrow I_1 = 0,952 \angle -36,87^\circ \text{ αμ}$$



## Ερώτημα 4: Λύση



$$V_3 = V_1 - j0,313 \cdot I_1 \Rightarrow V_3 = 1,05 - j0,313 \cdot (0,952 \angle -36,87^\circ) \Rightarrow V_3 = 0,903 \angle -15,31^\circ \text{ αμ}$$

$$V_3 = (0,903 \text{ αμ}) \cdot (150 \text{ kV}) \Rightarrow \boxed{V_3 = 135,45 \text{ kV}}$$



## Ερώτημα 4: Λύση

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_1 - j0,10 \cdot \mathbf{I}_1 \Rightarrow \mathbf{V}_2 = 1,05 - j0,10 \cdot (0,952 \angle -36,87^\circ) \Rightarrow \mathbf{V}_2 = 0,996 \angle -4,388^\circ \text{ αμ}$$

$$\mathbf{S}_{D3} = \mathbf{V}_3 \cdot \mathbf{I}_3^* \Rightarrow \mathbf{I}_3 = \frac{\mathbf{S}_{D3}^*}{\mathbf{V}_3^*} \Rightarrow \mathbf{I}_3 = \frac{1,0 - j0,75}{0,903 \angle 15,31^\circ} \Rightarrow \mathbf{I}_3 = 1,384 \angle -52,18^\circ \text{ αμ}$$

$$\mathbf{I}_{34} = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_3 \Rightarrow \mathbf{I}_{34} = (0,952 \angle -36,87^\circ) - (1,384 \angle -52,18^\circ) \Rightarrow \mathbf{I}_{34} = 0,529 \angle 99,437^\circ \text{ αμ}$$

$$\mathbf{V}_4 = \mathbf{V}_3 - j0,16 \cdot \mathbf{I}_{34} \Rightarrow \mathbf{V}_4 = (0,903 \angle -15,31^\circ) - j0,16 \cdot (0,529 \angle 99,437^\circ) \Rightarrow \mathbf{V}_4 = 0,981 \angle -13,239^\circ \text{ αμ}$$



## Ερώτημα 4: Λύση, Πρώτος Τρόπος

$$P_{32} = \frac{V_3 \cdot V_2 \cdot \sin(\delta_3 - \delta_2)}{X_{32}} = \frac{0,903 \cdot 0,996 \cdot \sin(-15,31^\circ + 4,388^\circ)}{0,213} = -0,8 \text{ αμ} \Rightarrow \boxed{P_{32} = -80 \text{ MW}}$$

$$Q_{32} = \frac{V_3^2 - V_3 \cdot V_2 \cdot \cos(\delta_3 - \delta_2)}{X_{32}} = \frac{0,903^2 - 0,903 \cdot 0,996 \cdot \cos(-15,31^\circ + 4,388^\circ)}{0,213} = -0,3161 \text{ αμ} \Rightarrow \boxed{Q_{32} = -31,61 \text{ MVAR}}$$

$$P_{34} = \frac{V_3 \cdot V_4 \cdot \sin(\delta_3 - \delta_4)}{X_{34}} = \frac{0,903 \cdot 0,981 \cdot \sin(-15,31^\circ + 13,239^\circ)}{0,16} = -0,2 \text{ αμ} \Rightarrow \boxed{P_{34} = -20 \text{ MW}}$$

$$Q_{34} = \frac{V_3^2 - V_3 \cdot V_4 \cdot \cos(\delta_3 - \delta_4)}{X_{34}} = \frac{0,903^2 - 0,903 \cdot 0,981 \cdot \cos(-15,31^\circ + 13,239^\circ)}{0,16} = -0,4339 \text{ αμ} \Rightarrow \boxed{Q_{34} = -43,39 \text{ MW}}$$



## Ερώτημα 4: Λύση, Δεύτερος Τρόπος

$$\mathbf{S}_{32} = P_{32} + jQ_{32} = \mathbf{V}_3 \cdot (-\mathbf{I}_1^*) = (0,903 \angle -15,31^\circ) \cdot (-0,952 \angle 36,87^\circ) = (-0,8 - j0,3161) \text{ αμ} \Rightarrow$$

$$P_{32} = -80 \text{ MW}$$

$$Q_{32} = -31,61 \text{ MVAR}$$

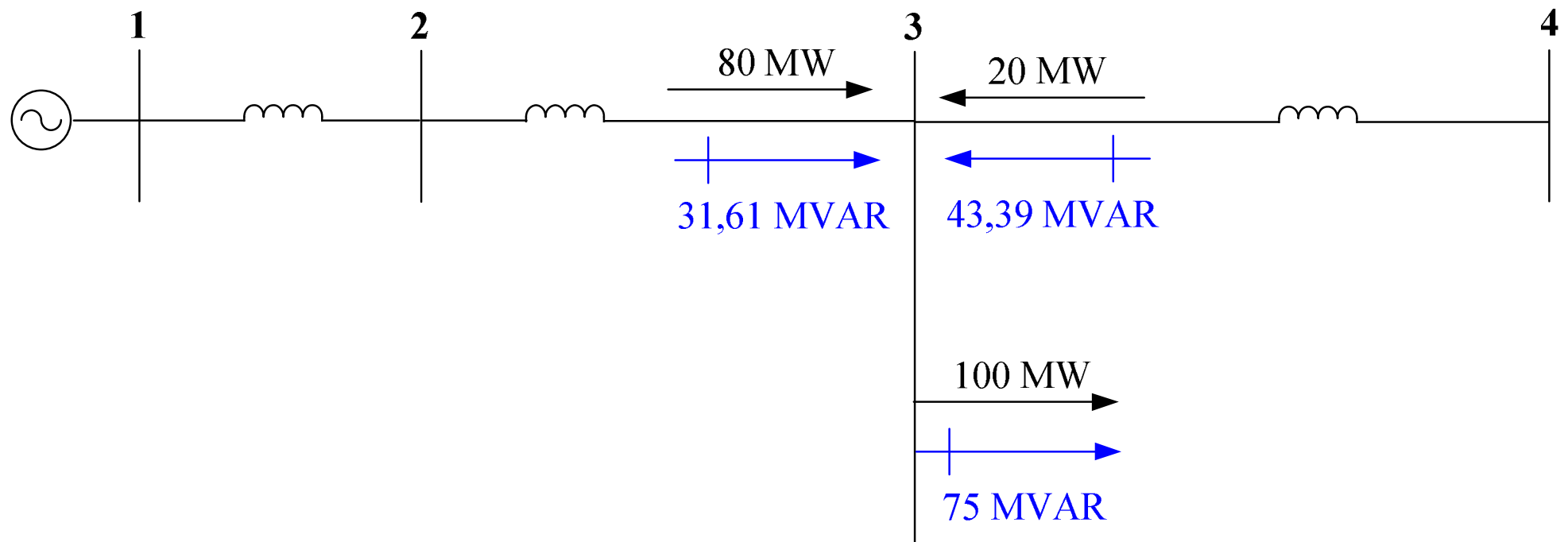
$$\mathbf{S}_{34} = P_{34} + jQ_{34} = \mathbf{V}_3 \cdot \mathbf{I}_{34}^* = (0,903 \angle -15,31^\circ) \cdot (0,529 \angle -99,437^\circ) = (-0,2 - j0,4339) \text{ αμ} \Rightarrow$$

$$P_{34} = -20 \text{ MW}$$

$$Q_{34} = -43,39 \text{ MVAR}$$



## Ερώτημα 4: Λύση, Επαλήθευση



Ισοζύγιο ενεργού ισχύος στον ζυγό 3 (επαλήθευση):  $80 + 20 = 100$

Ισοζύγιο αέργου ισχύος στον ζυγό 3 (επαλήθευση):  $31,61 + 43,39 = 75$



## Ερώτημα 5: Λύση

$$\mathbf{E}_f = \mathbf{V}_1 + jX_s \cdot \mathbf{I}_1 = (1,05 \angle 0^\circ) + j1,0 \cdot (0,952 \angle -36,87^\circ) \Rightarrow \mathbf{E}_f = 1,79 \angle 25,18^\circ \text{ αμ}$$

$$E_f = (1,79 \text{ αμ}) \cdot (20 \text{ kV}) \Rightarrow \boxed{E_f = 35,8 \text{ kV}}$$

$$\boxed{\delta = 25,18^\circ}$$